

**XXIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
PUNTA DEL ESTE, URUGUAY, NOVIEMBRE 2010**

**INFLUENCIA DE MOMENTOS DE SEGUNDO ORDEN EN EL  
ESCALAMIENTO ESPACIAL DE PARÁMETROS HIDROLÓGICOS**

***M. Barrios<sup>1</sup> I. Orozco<sup>2</sup> J. López<sup>2</sup> F. Francés<sup>2</sup>***

- 1. Facultad de Ingeniería Forestal, Universidad del Tolima, Colombia, mibarpe@posgrado.upv.es*
- 2. Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente, Universidad Politécnica de Valencia, España, isorme@posgrado.upv.es, jesus\_lop79@hotmail.com, ffrances@hma.upv.es*

**RESUMEN:**

Se presenta un análisis acerca del efecto de escala espacial sobre los parámetros capacidad de almacenamiento estático efectiva  $H_u$  y conductividad hidráulica efectiva  $k_s$ , los cuales son empleados en la conceptualización del proceso de infiltración en el modelo hidrológico distribuido TETIS. Se simularon campos de parámetros aleatorios con un soporte de micro-escala (nivel de sub-celda) utilizando el método de muestreo hipercubo latino y la factorización de cholesky asumiendo un modelo de dependencia espacial exponencial. Los parámetros efectivos fueron calculados para cuatro tamaños de celda diferentes (soporte de meso-escala) aplicando la resolución del problema inverso en cada realización de cada proceso estocástico generado. Los resultados indican que el valor de los parámetros efectivos con soporte de meso-escala toma valores entre cero al valor promedio del parámetro con soporte de micro-escala. La estructura estadística de los campos de parámetros influye notablemente en la determinación de un tamaño de celda crítico que describe las características de un área elemental representativa y el tamaño de discretización espacial relativo a la longitud de autocorrelación espacial es un atributo relevante en la transferencia de incertidumbre de una escala con soporte detallado a un soporte mayor.

**ABSTRACT:**

In this work we present an analysis about the spatial scale effect on the effective static storage capacity parameter  $H_u$  and effective saturated hydraulic conductivity parameter  $k_s$ , using the infiltration conceptualizations of the TETIS distributed hydrological model. Random parameter fields with micro-scale support (sub-cell level) were generated by Latin Hypercube Sampling (LHS) method and Cholesky factorization, we assumed an exponential spatial dependence structure. Effective parameters for four meso-scale supports were calculated by solving the inverse problem for each realization of the different stochastic processes. Our results suggest that the value of the effective parameters with meso-scale support is in the range of zero to the average value of parameter field at sub-cell level. The statistical structure of random parameter fields can influence the determination of a critical cell size that describes the characteristics of a representative elementary area. Spatial cell discretization relative to spatial correlation length is a relevant feature in the transfer of uncertainty from a detailed support to a coarser one.

**PALABRAS CLAVES:**

Parámetros efectivos, efecto de escala, Heterogeneidad de sub-celda.

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas hidrológicos se caracterizan por poseer un gran nivel de variabilidad espacial y temporal debido principalmente a la alta heterogeneidad presente en las propiedades del medio (Woods, 2005). En décadas anteriores, los investigadores de la ciencia hidrológica han reconocido la importancia de incluir dichas heterogeneidades en los modelos hidrológicos y han utilizado diferentes enfoques para parametrizarlas (Diermanse, 1999; Zeng et al., 2002; Viney y Sivapalan, 2004). La modelación hidrológica distribuida trata de incorporar explícitamente las heterogeneidades espaciales a través de una representación espacial discretizada y resolver las ecuaciones del flujo en cada elemento de discretización. Sin embargo, las ecuaciones empleadas en esos modelos se basan en representaciones de medios homogéneos a pequeña escala y en términos prácticos es necesario agregar la física de pequeña escala a un soporte mayor, el cual es definido por el tamaño de la discretización espacial de la cuenca (Beven, 1989; Bloschl y Sivapalan, 1995; Wigmosta y Prasad, 2005; Intsiful y Kunstmann, 2008). En la mayoría de las aplicaciones prácticas dicho efecto se mitiga con el uso de parámetros efectivos y se asume que los parámetros y los procesos son uniformes dentro de cada celda y que las ecuaciones puntuales son aplicables en el soporte de la celda (Beven, 1989; Bierkens et al., 2000).

De acuerdo con Vélez et al. (2009), al introducir parámetros efectivos en el modelo se aumenta la incertidumbre debido a que no tienen significado físico, no son estacionarios y su valor no corresponde al valor promedio del parámetro a nivel de sub-celda. Desde un punto de vista práctico, los parámetros efectivos se estiman con calibraciones, las cuales se realizan para una escala espacial-temporal particular y sus valores podrían no representar adecuadamente el efecto de heterogeneidad a nivel de sub-celda (Beven, 1989).

El corpus teórico correspondiente a la agregación de procesos de una escala de sub-celda a un soporte de celda está en construcción. La naturaleza heterogénea de las características medioambientales presentes en los sistemas hidrológicos y la fuerte variabilidad asociada a los procesos que allí ocurren sobre un amplio rango de escalas espacio-temporales hacen que los procesos hidrológicos presenten un comportamiento no-lineal, lo cual hace complejo el desarrollo de una teoría de escalamiento. Además, debido a restricciones prácticas, existen disparidades entre el soporte de las escalas de proceso, observación y modelación. La convolución de estos factores hace que los problemas de escala en Hidrología continúen siendo un gran desafío pese a las significativas y numerosas contribuciones hechas en el pasado por los científicos de la ciencia hidrológica (Beven, 1989; Bloschl y Sivapalan, 1995; Bloschl, 2001).

En el contexto de la modelación hidrológica distribuida es de especial importancia develar un criterio objetivo para seleccionar la escala a la cual se deba representar explícitamente la heterogeneidad y variabilidad espacial. Diversas investigaciones se han orientado a analizar el efecto de la discretización espacial sobre los parámetros del modelo y la respuesta hidrológica (Shrestha et al., 2006; Merz et al., 2009), con base en sus resultados se puede afirmar que la estructura del modelo, y la calidad de la información utilizada son factores importantes a tener en cuenta para tomar la decisión de definir la resolución espacial. Sin embargo, al emplear una resolución espacial con poco detalle podría omitirse información relevante y tener un funcionamiento deficiente del modelo. En contraste, al utilizar una resolución espacial muy detallada podría verse reducida la capacidad de identificar los parámetros. A la luz del conocimiento actual es difícil establecer una resolución espacial óptima que garantice obtener el mejor funcionamiento de un modelo hidrológico distribuido.

Por todo lo anterior, es relevante y necesario contribuir a la generación de conocimiento con respecto a los efectos de escala y la manera en que se relacionan las heterogeneidades a nivel de sub-celda con los parámetros efectivos estimados a escala de celda. El principal objetivo del

presente trabajo es realizar un análisis del efecto de la variabilidad espacial de dos parámetros hidrológicos a nivel de sub-celda sobre su agregación a un soporte de celda y su implicación a propósito de la definición del tamaño de celda. Los parámetros hidrológicos objeto de estudio corresponden a la capacidad de almacenamiento hídrico (Hu) y la conductividad hidráulica saturada (ks), los cuales son utilizados en la conceptualización del proceso de infiltración del modelo hidrológico distribuido TETIS (Vélez, 2001; Francés et al., 2007).

## MATERIALES Y MÉTODO

TETIS es un modelo hidrológico distribuido en el que las conexiones horizontales representan el flujo superficial, interflujo y flujo base; y las conexiones verticales comprenden la precipitación, evapotranspiración, infiltración, percolación y pérdidas subterráneas (Vélez, 2001; Francés et al., 2007). En este trabajo, el análisis se desarrolló con base en la conceptualización del proceso de infiltración de TETIS. Como se describe a continuación, la infiltración es regulada por los parámetros Hu y ks. El tanque de almacenamiento estático representa el agua capilar almacenada en la parte superior del suelo ( $H_1$ ) y tiene un umbral denotado por  $H_u$ . La precipitación  $X_1$  se acumula dentro de ese tanque hasta que se alcanza  $H_u$  y el exceso de humedad se representa por:

$$X_2 = \text{Max} ( 0 ; X_1 - H_u + H_1 ) \quad [1]$$

Cuando el contenido de humedad está por debajo de la capacidad de campo la infiltración capilar puede asumirse como:

$$D_1 = X_1 - X_2 \quad [2]$$

Una vez que el tanque de almacenamiento estático alcanza su máxima capacidad (Hu), la capacidad de infiltración tiene un valor cercano a la conductividad hidráulica saturada de la parte superior del suelo y es razonable expresar la infiltración gravitacional por la ecuación 3. De acuerdo con esta conceptualización, se puede afirmar que la infiltración total es la adición de  $D_1$  y  $X_3$ .

$$X_3 = \text{Min} ( X_2 ; \Delta t \ k_s ) \quad [3]$$

Los parámetros Hu y ks fueron representados con un soporte de micro-escala ( $E1 = 1$  m) a través de la generación de procesos estocásticos empleando una distribución beta para Hu (ecuación 4) y lognormal para ks (ecuación 5) con un modelo de dependencia espacial exponencial (ecuación 6). El algoritmo utilizado para la generación de los campos aleatorios se basó en la técnica de muestreo hipercubo latino (LHS) y la factorización de Cholesky.

$$y = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1} \quad ; \Gamma = \text{funcion gamma} \quad [4]$$

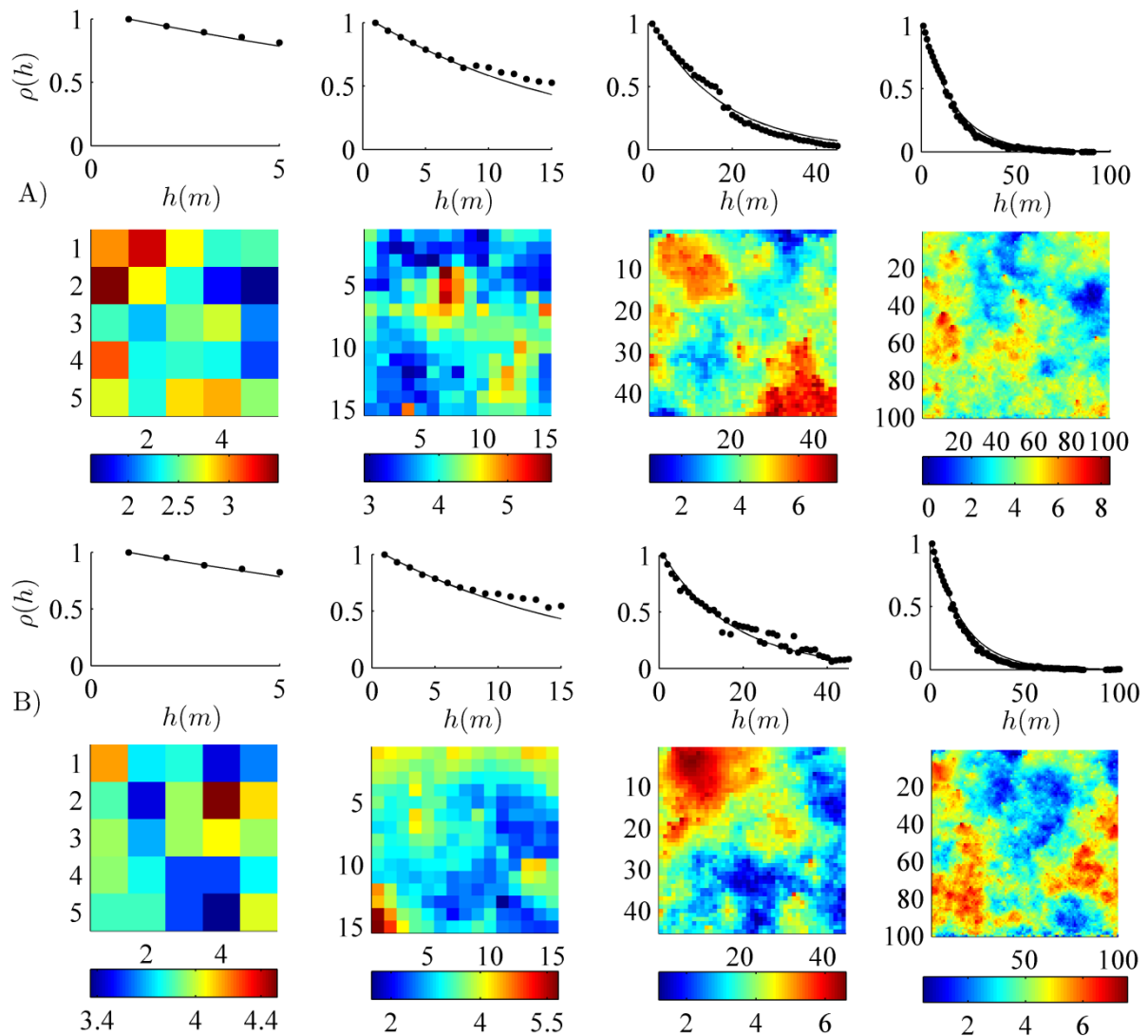
$$y = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \quad [5]$$

$$\rho(h) = e^{\left(-\frac{3h}{a}\right)} \quad [6]$$

Se generaron campos aleatorios para 18 longitudes de correlación diferentes ( $a = 2.5, 5, 10, \dots, 50, 75, 100, 150, 250, 500, 2500$  y  $5000$  m). Los parámetros  $H_u$  y  $k_s$  con soporte de meso-escala (E2a, E2b, E2c y E2d) se calcularon por simulación inversa luego de agregar la respuesta hidrológica del modelo. En la tabla 1 se presentan los 4 tamaños de meso-escala que se utilizaron para el análisis con su correspondiente número de realizaciones.

**Tabla 1.-** Soporte de escalas espaciales

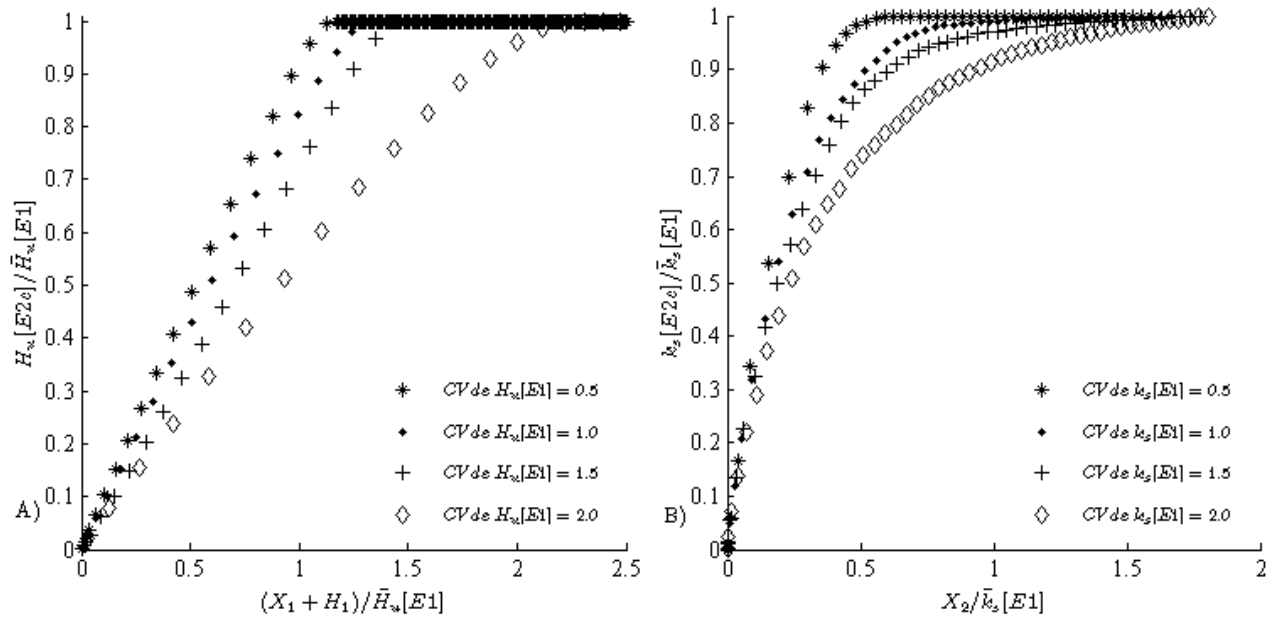
Soporte Micro-escala [m <sup>2</sup> ]	Soporte Meso-escala		No. de Realizaciones
	Extensión [m <sup>2</sup> ]	Notación	
1 x 1	5 x 5	E2a	500
1 x 1	15 x 15	E2b	500
1 x 1	45 x 45	E2c	2500
1 x 1	100 x 100	E2d	5000



**Figura 1.-** Ejemplo de cuatro campos aleatorios de parámetros con soporte de sub-celda de 1 m y celdas de tamaño 5, 15, 45 y 100 m. A)  $\ln(H_u)$  B)  $\ln(k_s)$ . Todos presentan una longitud de correlación de 50 m.

## RESULTADOS

De acuerdo con los experimentos numéricos, al realizar un escalamiento de los parámetros  $H_u$  y  $k_s$  desde un soporte E1 a un soporte E2, éstos adquieren dependencia de las variables del modelo y sus valores estarán fuertemente condicionados a las características de heterogeneidad del parámetro a escala E1. Los parámetros escalados a un soporte E2 no son estacionarios debido a la dependencia que presentan con respecto a las variables del modelo. Sus valores pueden variar entre el momento de primer orden del parámetro con soporte E1 a cero, lo cual implica que los parámetros efectivos podrían tomar valores iguales o inferiores a su valor promedio con soporte de micro-escala. En la figura 2 se muestra dicho comportamiento:



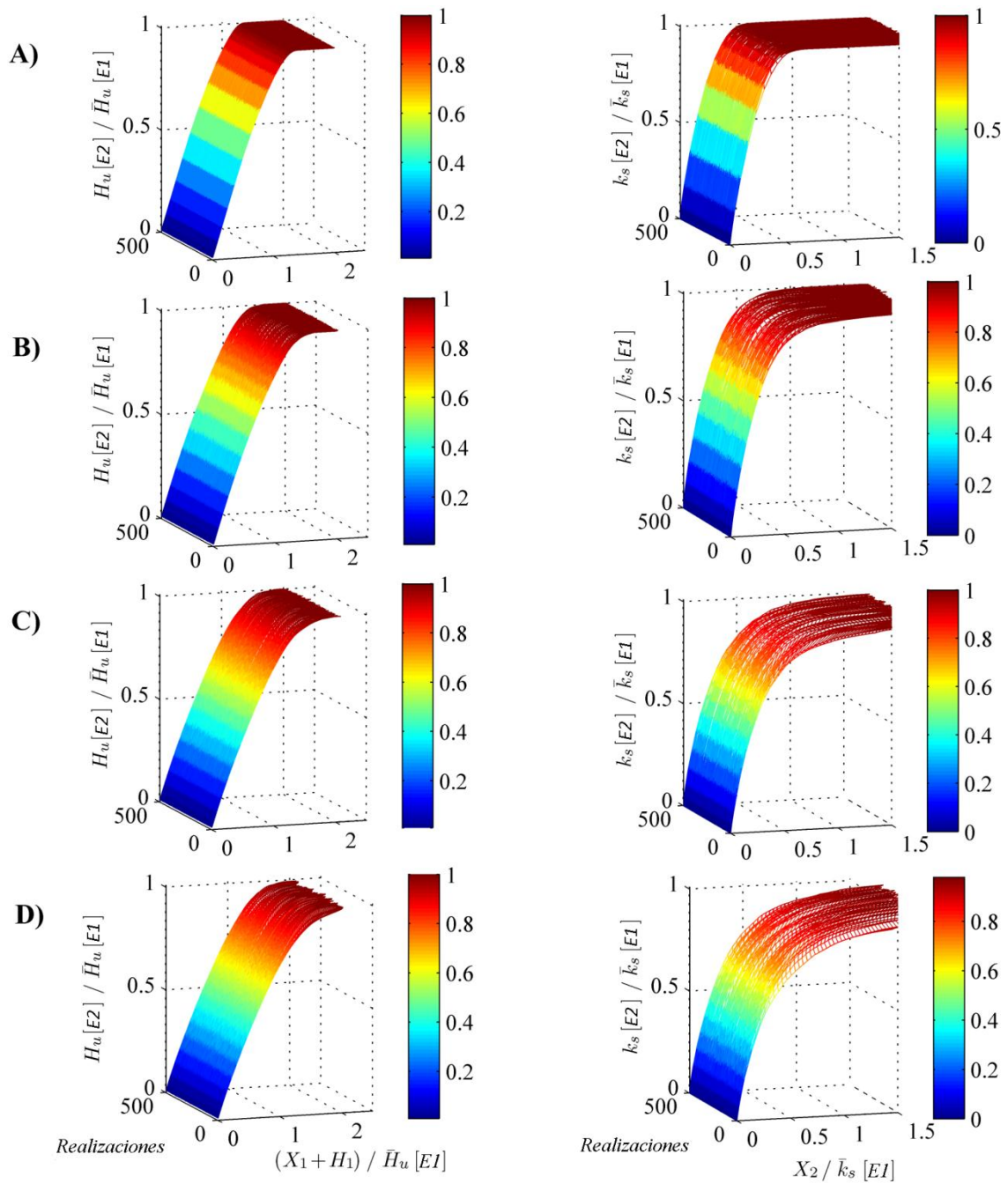
**Figura 2.-** A) Capacidad de almacenamiento hídrico ( $H_u$ ) con soporte E2c en función de la precipitación ( $X_1$ ), el estado de humedad ( $H_1$ ) y la heterogeneidad de  $H_u$  con soporte E1. B) Conductividad hidráulica saturada ( $k_s$ ) con soporte E2c en función de la precipitación excedente ( $X_2$ ) y la heterogeneidad de  $k_s$  con soporte E1.

Los valores de los parámetros efectivos con soporte E2 son sensibles a la extensión de agregación de los campos de parámetros con soporte de micro-escala (E1).  $H_u[E2]$  y  $k_s[E2]$  disminuye cuando se aumenta el tamaño de celda y se mantiene constante la estructura de autocorrelación espacial y la varianza de cada variable aleatoria con soporte E1 (figura 3). Este efecto se debe a que el campo de parámetros con soporte E1 de menor tamaño de celda (E2a) tiene una autocorrelación media mayor en contraste con los otros tamaños de celda (E2b, E2c y E2d) y para una misma longitud de correlación espacial.

Cuando la longitud de correlación espacial tiende a infinito para un tamaño de celda constante, la varianza del conjunto de campos aleatorios de  $H_u$  y  $k_s$  con soporte E2 tiende a la varianza de  $H_u$  y  $k_s$  con soporte E1. Y consecuentemente se satisfacen las ecuaciones 7 y 8.

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sigma^2(Hu[E2]) = \sigma^2(Hu[E1]) \quad [7]$$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sigma^2(k_s[E2]) = \sigma^2(k_s[E1]) \quad [8]$$



**Figura 3.-** Parámetros efectivos con soporte E2 en función de las variables de estado. Se muestran 500 realizaciones para cada tamaño de celda (longitud de correlación = 100 m, CV = 2). A) E2a. B) E2b. C) E2c. D) E2d.

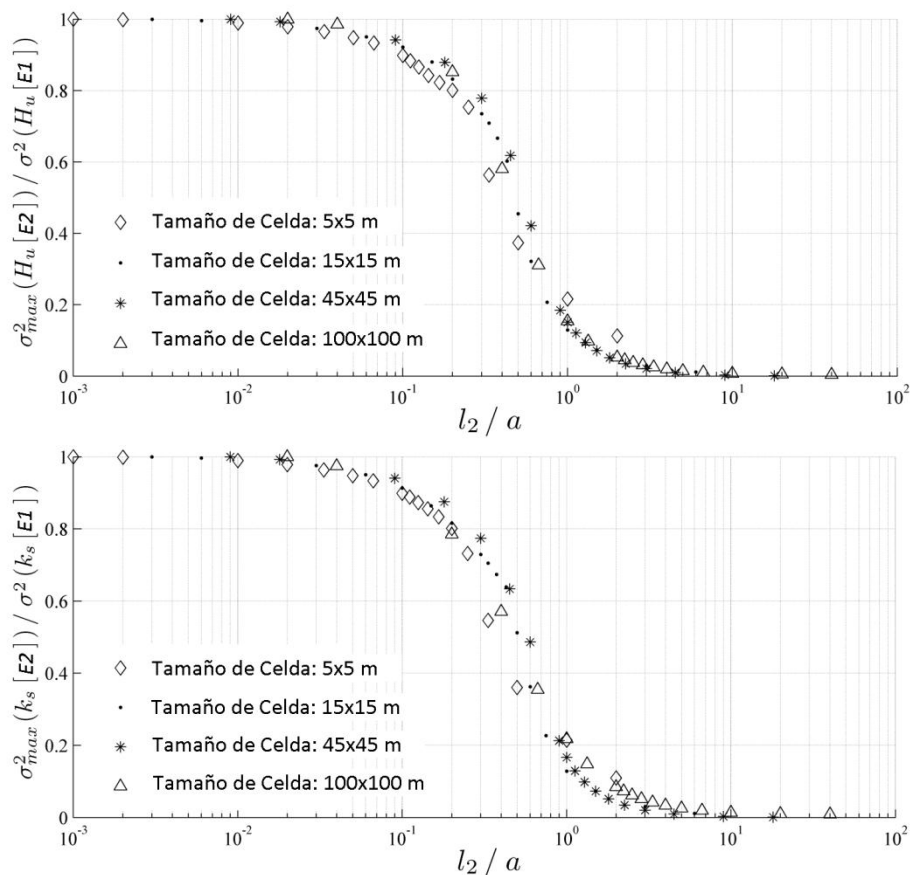
Dada una longitud de correlación fija, los estadísticos  $\sigma^2(H_u[E2])$  y  $\sigma^2(k_s[E2])$  se aproximan más rápido a su límite a medida que el tamaño de celda es más pequeño. En contraste con las celdas de mayor tamaño, las celdas de menor tamaño requieren una menor longitud de correlación para satisfacer las ecuaciones 7 y 8.

La varianza de los parámetros efectivos estimados disminuye notablemente a medida que se incrementa la relación entre el tamaño de celda con la longitud de correlación espacial ( $l_2 / a$ ) para los cuatro tamaños de celda a nivel de meso-escala (E2a, E2b, E2c, E2d). Asumiendo la varianza puntual de  $H_u[E2]$  y  $k_s[E2]$  como un indicador de su incertidumbre, se puede afirmar que la incertidumbre del parámetro efectivo tiende a incrementarse a medida que la relación  $l_2 / a$  disminuye. Dicha tendencia se fundamenta en la propensión a alcanzar la ergodicidad. Es decir, las

variables aleatorias de un campo de parámetros con soporte E1 con alta correlación espacial proveen la misma información para generar el parámetro efectivo con soporte E2 y la varianza del parámetro con soporte E2 tiende a la varianza del parámetro con soporte E1.

De acuerdo con la figura 4, si se requiere agregar un campo de parámetros desde un soporte E1 a un soporte mayor E2 es deseable que la discretización espacial sea mayor a la longitud de correlación con soporte E1. De esta manera, se reduce el efecto del error de estimación de los parámetros al menos en un orden de magnitud. Aceptando que la estructura del modelo hidrológico es apropiada para representar el proceso modelado, se puede afirmar que la estructura de dependencia espacial expresada a través de la longitud de correlación es un criterio relevante para seleccionar el tamaño de celda. Sin embargo, la definición de un tamaño de celda óptimo depende adicionalmente de otros criterios como la resolución a la cual están disponibles los datos de entrada y el rango de escalas espaciales en las cuales el modelo hidrológico presenta un mejor funcionamiento.

Consideramos que la tendencia de reducir la varianza de los parámetros con soporte E2 está relacionada con el concepto de área elemental representativa (REA). Cuando las dispersiones en los valores de los parámetros efectivos disminuyen se tiende a las asíntotas inferiores en las gráficas de la figura 4 y se alcanza un tamaño de celda crítico que presenta las características descritas por Wood et al. (1988) para el REA. El tamaño de celda crítico está localizado en el punto de inflexión de las gráficas de la figura 4. La tasa de disminución de varianza es alta para un incremento de escala en la región de curvatura cóncava. Por contra, dicha tasa de disminución es baja para un incremento de escala en la región convexa.



**Figura 4.-** Varianza de los parámetros efectivos en función de la relación tamaño de celda - longitud de correlación espacial.

## CONCLUSIONES

A medida que la variabilidad a nivel de sub-celda (micro-escala) se incrementa, disminuye el valor de los parámetros efectivos. Es más probable encontrar valores de  $Hu[E2]$  inferiores al promedio del campo de valores de  $Hu[E1]$  cuando éste es altamente variable. Un comportamiento similar se observa en el caso del parámetro  $k_s$ .

En los campos aleatorios con alta dependencia espacial se encontró que hay una alta transferencia de la incertidumbre de los parámetros  $Hu$  y  $k_s$  con soporte  $E1$  hacia los parámetros con soporte  $E2$ . Lo cual se explica en el hecho de que si el error de estimación de los parámetros a nivel de micro-escala es alto, es altamente probable que los valores de otras celdas vecinas que se encuentren en el área de influencia de su longitud de correlación también tengan errores de estimación altos, los cuales se transfieren al parámetro con soporte  $E2$ .

Los resultados sugieren que el tamaño y la determinación de un área elemental representativa en el contexto de la modelación hidrológica están fuertemente vinculados con el patrón de heterogeneidad de los parámetros del sistema hidrológico expresado a través de la longitud de correlación espacial y su relación con el tamaño de la celda de modelación.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido subvencionado por el Ministerio español de Ciencia e Innovación a través del proyecto Consolider-Ingenio "SCARCE" (2010-CSD2009-00065) y se ha desarrollado con el apoyo del Programa ALBan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca no. E07D402940CO.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beven, K.** (1989). "Changing ideas in hydrology - The case of physically-based models". *Journal of Hydrology* 105 157-172.
- Bierkens, M., Finke, A., Willigen, P.** (2000). *Upscaling and Downscaling Methods for Environmental Research.*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- Bloschl, G.** (2001). "Scaling in hydrology". *Hydrological Processes* 15 709-711.
- Bloschl, G., Sivapalan, M.** (1995). *Scale issues in hydrological modelling: a review*. En: Kalma, J.D., Sivapalan, M. (eds), *Scale issues in hydrological modelling*. 9-48, John Wiley and Sons, Chichester, United Kingdom.
- Diermanse, F.L.M.** (1999). "Representation of natural heterogeneity in rainfall-runoff models". *Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere* 24 (7), 787-792.
- Francés, F., Vélez, J.I., Vélez, J.J.** (2007). "Split-parameter structure for the automatic calibration of distributed hydrological models". *Journal of Hydrology* 332 (1-2), 226-240.
- Intsiful, J., Kunstmann, H.** (2008). "Upscaling of land-surface parameters through inverse stochastic SVAT-Modeling". *Boundary-Layer Meteorology* 129 137-158.
- Merz, R., Parajka, J., Bloschl, G.** (2009). "Scale effects in conceptual hydrological modelling". *Water Resources Research* 45.
- Shrestha, R., Tachikawa, Y., Takara, K.** (2006). "Input data resolution analysis for distributed hydrological modeling". *Journal of Hydrology* 319 36-50.
- Vélez, J.I.** (2001). *Desarrollo de un modelo hidrológico conceptual y distribuido orientado a la simulación de las crecidas*. Doctorado Universidad Politécnica de Valencia, Valencia, España.



- Vélez, J.J., Puricelli, M., López Unzu, F., Francés, F.** (2009). "Parameter extrapolation to ungauged basins with a hydrological distributed model in a regional framework". *Hydrology and Earth System Sciences* 13 229-246.
- Viney, N., Sivapalan, M.** (2004). "A framework for scaling of hydrologic conceptualization based on disaggregation-aggregation approach". *Hydrological Processes* 18 1395-1408.
- Wigmosta, M., Prasad, R.** (2005). *Upscaling and downscaling - dynamic models*. En: Anderson, M.G., McDonnell, J.J. (eds), *Encyclopedia of hydrological sciences*. 165-176, John Wiley & Sons, Chichester, United Kingdom.
- Wood, E.F., Sivapalan, M., Beven, K., Band, L.** (1988). "Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling". *Journal of Hydrology* 102 29-47.
- Woods, R.** (2005). *Hydrologic concepts of variability and scale*. En: Anderson, M.G., McDonnell, J.J. (eds), *Encyclopedia of hydrological sciences*. 23-40, John Wiley & Sons, Chichester, United Kingdom.
- Zeng, X.M., Zhao, M., Su, B.K., Tang, P.J., Zheng, Y.Q., Zhang, Y.J., Chen, J.** (2002). "Effects of subgrid heterogeneities in soil infiltration capacity and precipitation on regional climate: a sensitivity study". *Theor.Appl.Climatol.* 73 (207), 221.