



Instituto de Ingeniería del
Agua y Medio Ambiente



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE VALENCIA

Influencia de momentos de segundo orden en el escalamiento espacial de parámetros hidrológicos.

M. Barrios, J. López, I. Orozco y F. Francés

Universidad Politécnica de Valencia
Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente
Grupo de Investigación de Hidráulica e Hidrología

<http://lluvia.dihma.upv.es>

-
- Introducción
 - Objetivos
 - Metodología
 - Resultados
 - Conclusiones

-
- Parametrización en Modelación Hidrológica Distribuida (MHD)
 - Necesidad de estimar un gran número de parámetros a través de calibración (alta dimensión del espacio de búsqueda, importante fuente de incertidumbre).

 - Enfoques:
 - Reducir variabilidad espacial de parámetros (HRUs, REA)
 - Regionalización de parámetros

-
- La principal virtud de la MHD es la representación explícita de la variabilidad y heterogeneidad espacial de los procesos y parámetros; sin embargo, se suele asumir dentro de la celda una homogeneidad en las propiedades del medio.

 - Importa relacionar parámetros en diferentes soportes y entender cómo se afecta su incertidumbre.

- Analizar el efecto de la heterogeneidad de los parámetros en la microescala sobre los parámetros efectivos a escala de celda (mesoescala).
- Investigar la propagación de la incertidumbre de los parámetros de la microescala hacia la mesoescala

■ Conceptualización de la infiltración en el Modelo Hidrológico Distribuido TETIS (*Francés et. al., 2002*)

➤ Almacenamiento estático:

$$X_2 = \text{Max } 0; X_1 - H_u + H_1 \quad [1]$$

$$D_1 = X_1 - X_2 \quad [2]$$

$$Y_1 = \text{Min } ETP \cdot \lambda; H_1 \quad [3]$$

➤ Infiltración gravitacional:

$$X_3 = \text{Min } X_2; \Delta t \cdot k_s \quad [4]$$

➤ Infiltración total es la suma de [2] y [4]

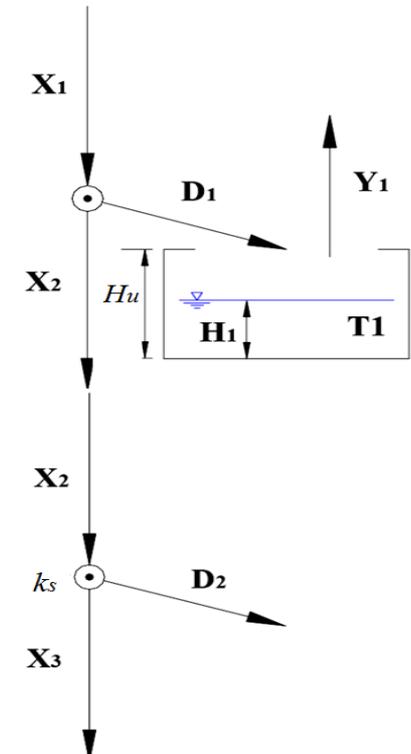


Fig. 1.- Esquema del modelo

■ Generación de campos aleatorios de parámetros H_u y k_s :

➤ PDF de H_u [Beta(a,b)]: $f = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} H_u^{a-1} (1-H_u)^{b-1}$; $\Gamma = \text{funcion gamma}$ [5]

➤ PDF de k_s [logn(μ,σ)]: $f = \frac{1}{k_s \sigma \sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{\ln k_s - \mu^2}{2\sigma^2} \right]}$ [6]

➤ Autocorrelación espacial exponencial: $\rho_h = e^{\left(-\frac{3h}{a} \right)}$ [7]

■ Algoritmo de muestreo basado en:

- Muestreo por Hipercubo Latino
- Factorización de Cholesky

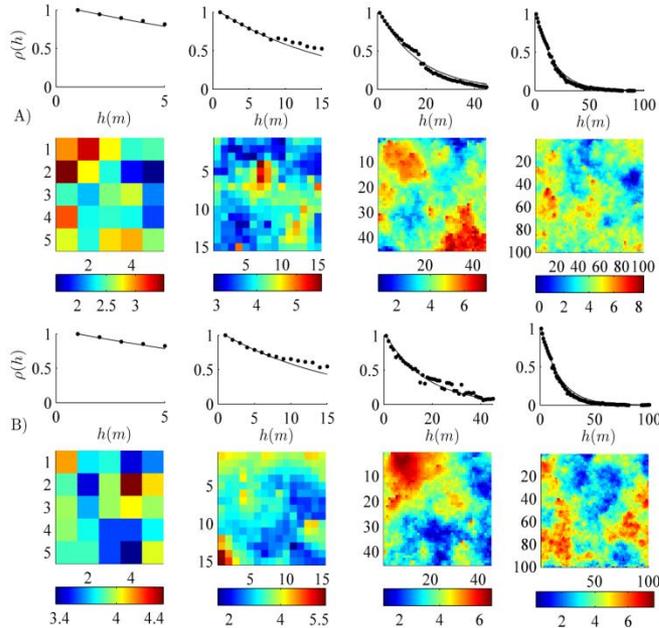


Fig. 2.- Realizaciones de A) H_u y B) $\ln(k_s)$

18 Longitudes de correlación:

$a = 2.5, 5, 10, \dots, 50, 75, 100, 150, 250, 500, 2500$ y 5000 m

Tabla 1.- Soporte de escalas espaciales

Soporte Micro-escala	Soporte Meso-escala		No. de Realizaciones
	Extensión	Notación	
[m ²]	[m ²]		
1 x 1	5 x 5	E2a	500
1 x 1	15 x 15	E2b	500
1 x 1	45 x 45	E2c	2500
1 x 1	100 x 100	E2d	5000

Tabla 2.- Valores esperados y heterogeneidad

Media H_u (mm)	Media k_s (mm/h)	CV (población)
		0.5
70	20	1
100	60	1.5
		2

- Técnica de escalamiento:

$$X_2[E_2] = \sum_{i=1}^n X_{2i} \quad [8]$$

$$X_3[E_2] = \sum_{i=1}^n X_{3i} \quad [9]$$

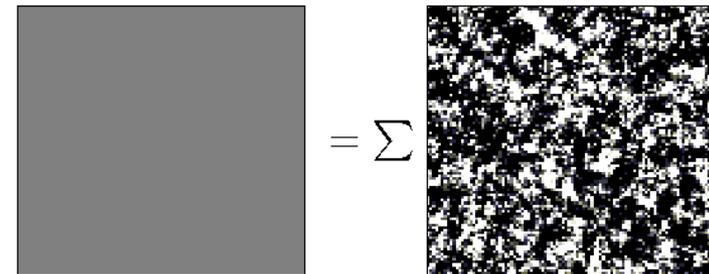


Fig. 3.- Agregación del flujo

- Problema inverso:

$$h_{uEF} = X_1[E_2] + H_1[E_2] - X_2[E_2] \quad [10]$$

$$k_{sEF} = \left\{ \begin{array}{l} X_2[E_2] \cdot \Delta t^{-1} \quad X_3[E_2] = X_2[E_2] \\ X_3[E_2] \cdot \Delta t^{-1} \quad X_3[E_2] \neq X_2[E_2] \end{array} \right\} \quad [11]$$

- H_u y k_s adquieren dependencia de las variables del modelo al agregarlos desde E1 a E2 y sus valores están fuertemente condicionados a la heterogeneidad en E1:

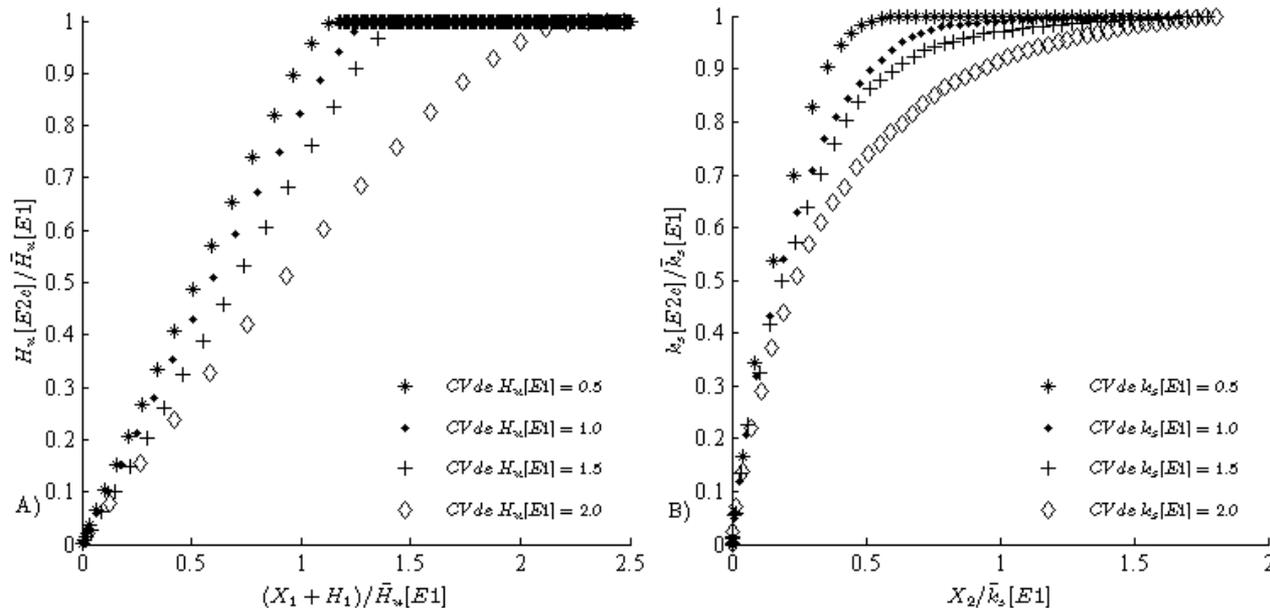


Fig. 4.- A) $H_u[E2c]$ en función de X_1 , H_1 y CV de H_u [E1]
 B) $k_s[E2c]$ en función de X_2 y CV de k_s [E1]

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sigma^2(H_u[E2]) = \sigma^2(H_u[E1]) \quad [12]$$

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \sigma^2(k_s[E2]) = \sigma^2(k_s[E1]) \quad [13]$$

- En la medida en que la varianza de $H_u[E2]$ y $k_s[E2]$ disminuye, se tiende al límite inferior en las gráficas de la Fig. 5.

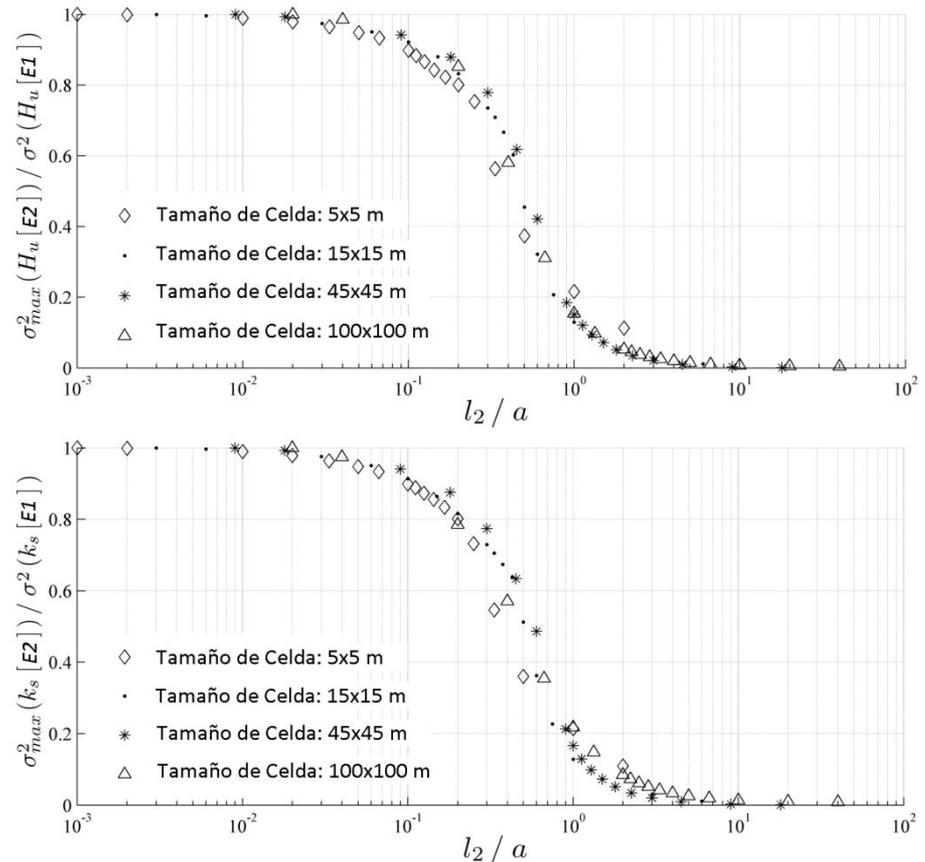


Fig. 5.- Factor de reducción de varianza (VRF) en función de la relación tamaño de celda /longitud de correlación espacial

■ Tamaño de celda crítico (T_c)

➤ Presenta características de *REA* (Wood et al., 1988):

- Tres dominios: $l_2 < T_c < L_2$
- Los valores de $H_u[E2]$ y $k_s[E2]$ varían muy poco a medida que se incrementa el tamaño de REA
- REA es independiente de los parámetros y el tiempo, depende de la relación l_2/a .

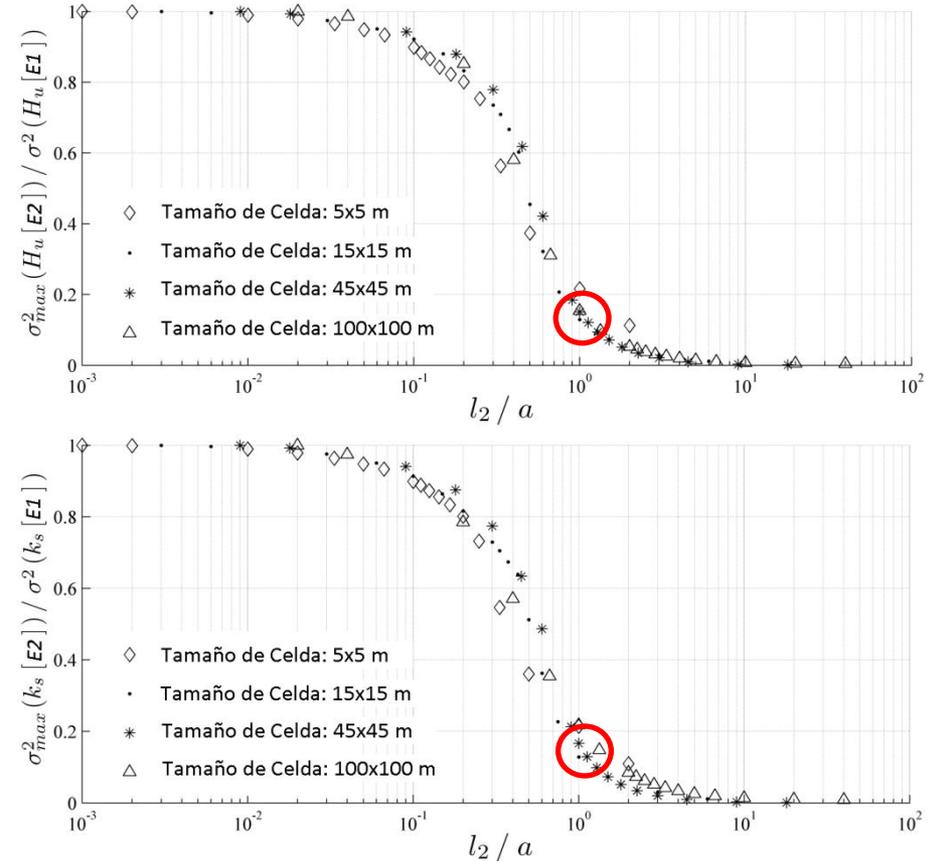


Fig. 5.- Factor de reducción de varianza (VRF) en función de la relación tamaño de celda /longitud de correlación espacial

- Si $H_u[E2]$ y $k_s[E2]$ tienen un valor igual a su valor esperado a nivel de sub-celda ($E1$), VRF es aprox. La media de la autocorrelación espacial en cada caso (*ec. 14 y 15*).

$$VRF_1(H_u) = \frac{\sigma^2(H_u[E2])}{\sigma^2(H_u[E1])} = \bar{\rho} H_u[E1] \quad [14]$$

$$VRF_1(k_s) = \frac{\sigma^2(k_s[E2])}{\sigma^2(k_s[E1])} = \bar{\rho} k_s[E1] \quad [15]$$

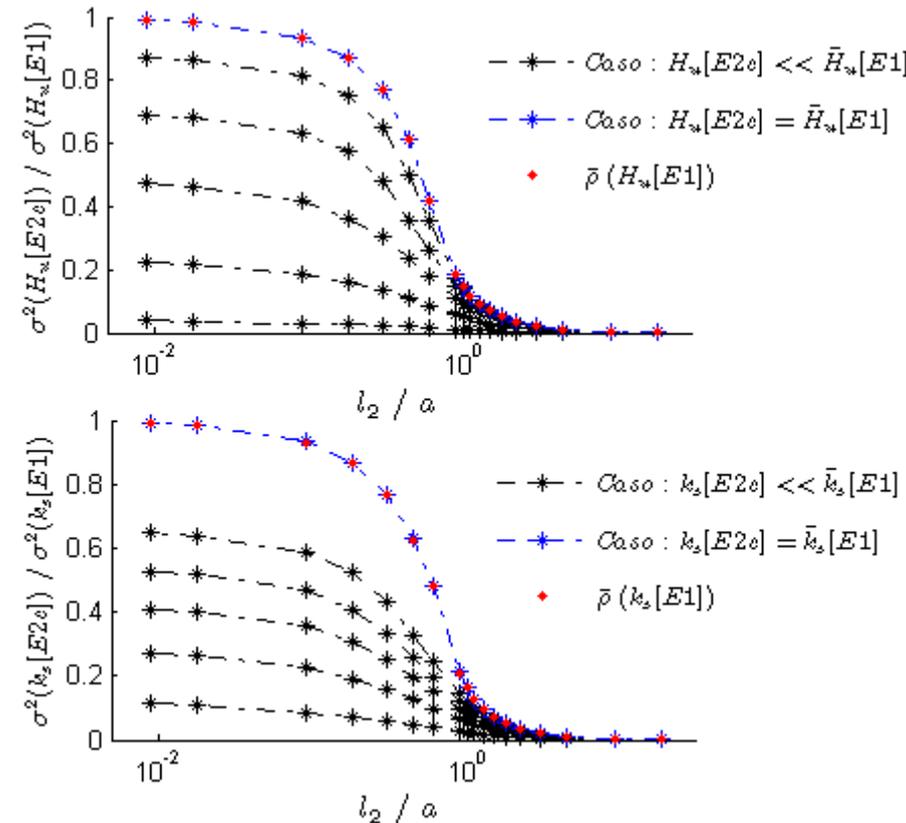
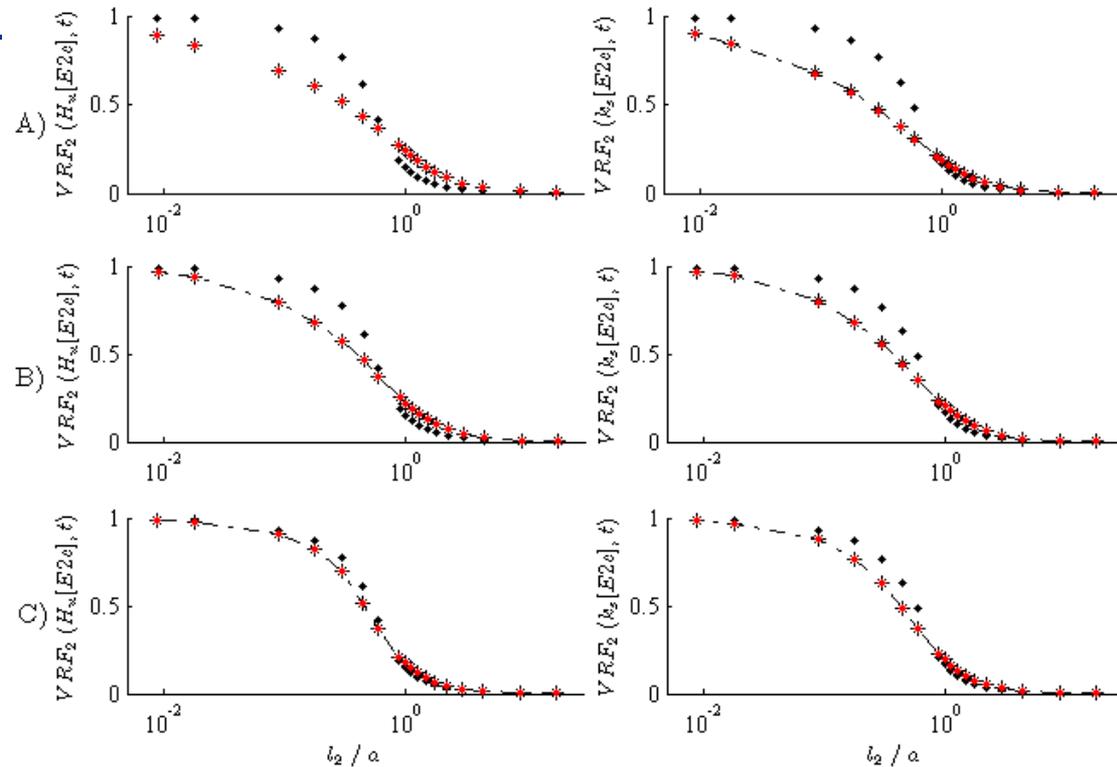


Fig. 6.- VRF y su relación con la autocorrelación $H_u[E2]$ y $k_s[E2]$ respectivamente.

Resultados

- Si $H_u[E2]$ y $k_s[E2]$ tienen un valor diferente a su valor esperado a nivel de sub-celda ($E1$), VRF varía con el tiempo y está definido por:



$$VRF_2(H_u, t) = \frac{\sigma^2(H_u[E2], t)}{\sigma^2(H_1[E1], t)} = \bar{\rho} H_1[E1], t$$

$$VRF_2(k_s, t) = \frac{\sigma^2(k_s[E2], t)\Delta t^2}{\sigma^2(X_3[E1], t)} = \bar{\rho} X_3[E1], t$$

- \bullet $\bar{\rho}(H_u[E1])$
- \bullet $\bar{\rho}(k_s[E1])$
- $- \star$ $\frac{\sigma^2(H_u[E2e], t)}{\sigma^2(H_1[E1], t)}$
- $- \star$ $\frac{\sigma^2(k_s[E2e], t)}{\sigma^2(X_3[E1], t)}$
- \star $\bar{\rho}(H_1[E1], t)$
- \star $\bar{\rho}(X_3[E1], t)$

Fig. 7.- VRF y su relación con la autocorrelación $H_1[E2]$ y $X_3[E2]$ respectivamente.

Propagación de la incertidumbre de los parámetros (de E1 a E2)

En ambos casos (A y B) la variabilidad espacial es similar. Sin embargo, en 'A' (con $l_2/a=1$) la incertidumbre es alta debido a que el intervalo de predicción del parámetro es amplio, mientras que en 'B' (con $l_2/a=3$) la incertidumbre es más baja ya que el intervalo de predicción es más angosto.

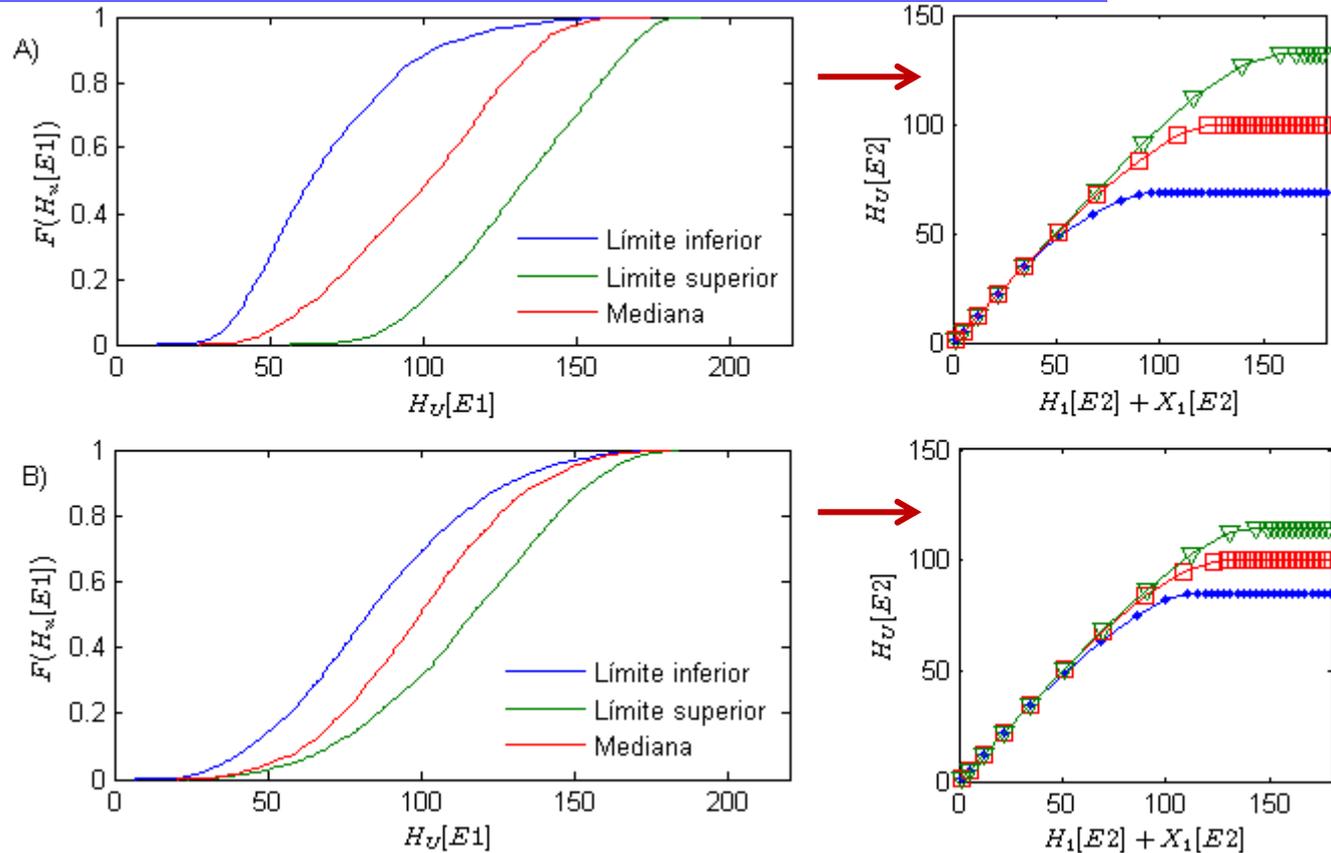


Fig. 8.- CDFs de $H_u[E1]$ (izq.) y valores de $H_u[E2]$ (der.).
A) para $l_2/a=1$. B) para $l_2/a=3$.

Propagación de la incertidumbre de los parámetros (de E1 a E2)

Para el parámetro k_s el funcionamiento es similar: En el caso 'A' (alta autocorrelación espacial) se transfiere más incertidumbre al parámetro efectivo con soporte E2 y en el caso 'B' (baja autocorrelación espacial) se transfiere menos incertidumbre.

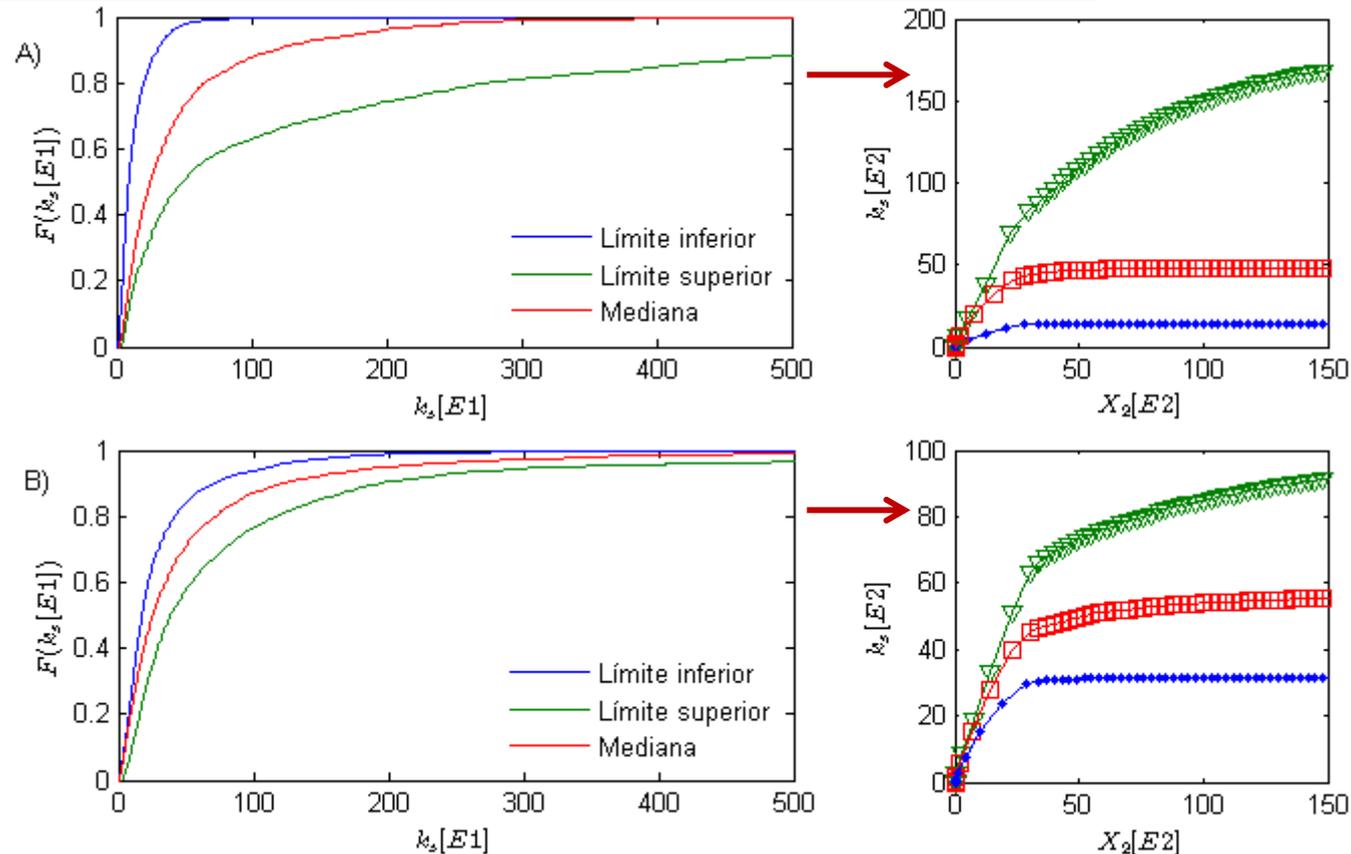


Fig. 9.- CDFs de $k_s [E1]$ (izq.) y valores de $k_s [E2]$ (der.).
A) para $l_2/a=1$. B) para $l_2/a=3$.

- A medida que la variabilidad se incrementa a nivel de micro-escala, disminuye el valor de los parámetros efectivos. Es más probable encontrar valores de $H_u[E2]$ inferiores al promedio del campo de valores de $H_u[E1]$ cuando éste es altamente variable. Un comportamiento similar se observa en el caso del parámetro k_s .
- Al existir una alta dependencia espacial se espera que haya una alta propagación de la incertidumbre de los parámetros H_u y k_s con soporte E1 hacia los parámetros con soporte E2.
- Los resultados sugieren que el tamaño y la determinación de un área elemental representativa en el contexto de la modelación hidrológica están fuertemente vinculados con el patrón de heterogeneidad de los parámetros del sistema hidrológico expresado a través de la longitud de correlación espacial y su relación con el tamaño de la celda de modelación.

- El presente trabajo ha sido subvencionado por el Ministerio español de Ciencia e Innovación a través del proyecto Consolider-Ingenio “SCARCE” (2010-CSD2009-00065) y se ha desarrollado con el apoyo del Programa ALBan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca No. E07D402940CO.

- **Diermanse, F.L.M.** (1999). "Representation of natural heterogeneity in rainfall-runoff models". Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere **24** (7), 787-792.
- **Francés, F., Vélez, J.I., Vélez, J.J.** (2007). "Split-parameter structure for the automatic calibration of distributed hydrological models". Journal of Hydrology **332** (1-2), 226-240.
- **Heuvelink, G. B. M. and E. J. Pebesma** (1999). "Spatial aggregation and soil process modelling." Geoderma **89**(1-2): 47-65.
- **Rodríguez-Iturbe, I., Mejía, J.M.** (1974). "On the transformation of point rainfall to areal rainfall". Water Resour. Res. **10**: 729-735.
- **Samaniego, L., R. Kumar, et al.** (2010). "Multiscale parameter regionalization of a grid-based hydrologic model at the mesoscale." Water Resour. Res. **46**(5): W05523.
- **Wood, E. F., M. Sivapalan, et al.** (1988). "Effects of spatial variability and scale with implications to hydrologic modeling." Journal of Hydrology **102**: 29-47.