



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

GIMHA  
Grupo de Investigación de Modelación  
Hidrológica y Ambiental



Instituto de Ingeniería del  
Agua y Medio Ambiente

# *Análisis de sensibilidad global multivariado de los parámetros de un modelo hidrológico distribuido, mediante un método bayesiano formal, con muestreo Monte Carlo guiado por una cadena de Markov*

**M. R. Hernández, F. Francés**

*Grupo de Investigación en Modelación Hidrológica y Ambiental  
Instituto de Ingeniería del Agua y Medio Ambiente  
Universitat Politècnica de València, España*



## □ MODELOS HIDROLÓGICOS

- En Hidrología es imposible medir todo lo que nos gustaría saber sobre el estado de un sistema, por ello nos apoyamos en los modelos
- Los modelos hidrológicos distribuidos proporcionan **extrapolaciones** en el espacio y en el tiempo (predicciones) de las variables de **estado del sistema**
- **Problema:** Sus resultados presentan la incertidumbre propagada desde las diversas **Fuentes de Incertidumbre (Los Inputs, El propio Modelo)**



## □ LOS PARÁMETROS NO MEDIDOS / NO MEDIBLES

- Es tecnológica y/o económicamente inviable medir todos los parámetros que necesita un modelo

Además: Efectos de escala => Parámetros Efectivos

- El valor de esos parámetros es obtenido mediante **CALIBRACIÓN: Proceso mediante el cual el modelo asimila los datos observados sobre el estado del sistema**, modificando los valores de los parámetros no medidos, para reproducir lo más fielmente posible dichas observaciones

(Sinónimos: Estimación, Inferencia, Modelación Inversa)

# El Enfoque Clásico de Calibración

- ❑ Métodos basados en la **Optimización** de un “**Medidor de Rendimiento**” o de una “**Función de Coste**”
  - **SCE-UA** máximo exponente de este tipo de métodos, empleado en modelación Hidrológica
- ❑ Las **métricas que se emplean para evaluar el rendimiento** son funciones objetivo que involucran una suma cuadrática de los residuos del modelo: **RMSE, NSE, ...**
- ❑ **No** emplea **información “a Priori”** sobre el valor de los parámetros
- ❑ **No** considera la información de los residuos del modelo (**Estruc.de Error**)  
 $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$
- ❑ El resultado es un **único conjunto de parámetros** que proporciona el “**mejor ajuste**” **MÍNIMO-CUADRÁTICO** a las observaciones de la variable de estado simulada

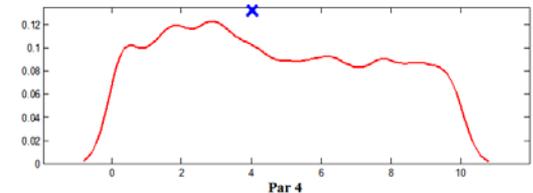
❑ **NINGÚN HIDRÓLOGO DEBERÍA CONFIAR EN UN ÚNICO CONJUNTO DETERMINISTA DE LOS VALORES DE LOS PARÁMETROS [KUKZERA & PARENT, 1998]**

# El Enfoque Clásico de Calibración

## ❑ PROBLEMAS DEL ENFOQUE CLÁSICO

➤ Ignora la **NO-UNICIDAD DE LA SOLUCIÓN**: Existen múltiples conjuntos de parámetros que proporcionan un rendimiento del modelo similar

➤ No detecta **PARÁMETROS NO-IDENTIFICABLES**



➤ **ATRACTORES LOCALES**: Los métodos de optimización no funcionan bien con superficies de respuesta de la F.O. muy irregulares, altamente no-lineales y con múltiples modas

➤ **INCERTIDUMBRE DE LOS PARÁMETROS**: Requiere de evaluación adicional, y en cualquier caso, suponiendo una distribución Normal del parámetro

➤ **VALORES SESGADOS**

SE “FUERZA” EL AJUSTE DE LOS SIMULADOS A LOS OBSERVADOS



SE PROYECTAN LAS DISTINTAS INCERTIDUMBRES (Inputs + Modelo) SOBRE LOS VALORES DE LOS PARÁMETROS CALIBRADOS

# El Enfoque Bayesiano de Calibración

## □ Métodos basados en la aplicación del Tma. De Bayes

$$p(\theta, \eta | \tilde{Y}, \tilde{X}) = \frac{p(\tilde{Y} | \theta, \eta, \tilde{X}) p(\theta, \eta)}{p(\tilde{Y})} \propto p(\tilde{Y} | \theta, \eta, \tilde{X}) p(\theta, \eta)$$

- Permiten considerar la **Estructura de Error** mediante la **F. de Verosimilitud**
- **No** funcionan como un algoritmo de **optimización**, por lo que difícilmente “caen” en óptimos locales. Detectan distribuciones del parámetro **multimodales**
- Markov Chain Monte Carlo (**MCMC**) máximo exponente de este tipo de métodos. **Muestreadores** de la dist. de prob. multivariada de los parámetros

□ Permite el empleo de **información “a Priori”** sobre el valor de los parámetros (**Distribución Prior**)

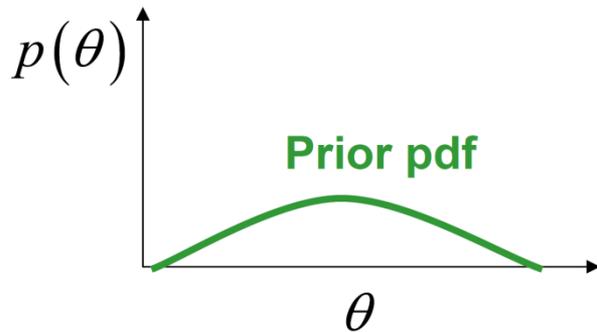
□ El resultado es una **colección de conjuntos de parámetros** que son una muestra de su **distribución de probabilidad multivariada (Distribución Posterior)**

# El Enfoque Bayesiano de Calibración

## INGREDIENTES DEL MÉTODO BAYESIANO

PRIOR KNOWLEDGE

$$p(\theta, \eta)$$



DATA

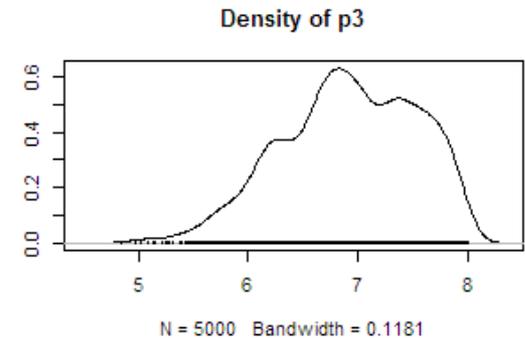


LIKELIHOOD FUNCTION

TMA. BAYES

POSTERIOR KNOWLEDGE

$$p[(\theta, \eta), \tilde{Y}]$$

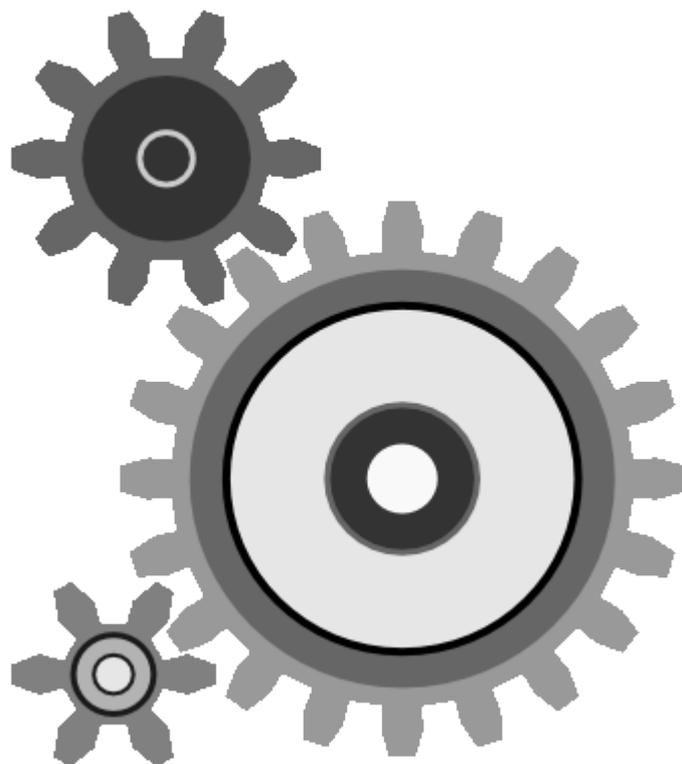


## CHECKLIST

- Modelo Hidrológico a calibrar
- Prior de los parámetros
- Función de Verosimilitud
- Datos suficientes para estimar los parámetros y los hiper-parámetros
- Algoritmo Computacional Bayesiano: Algoritmo MCMC (*DRAM*)

### M. de Error adecuado al M. Hidrológico

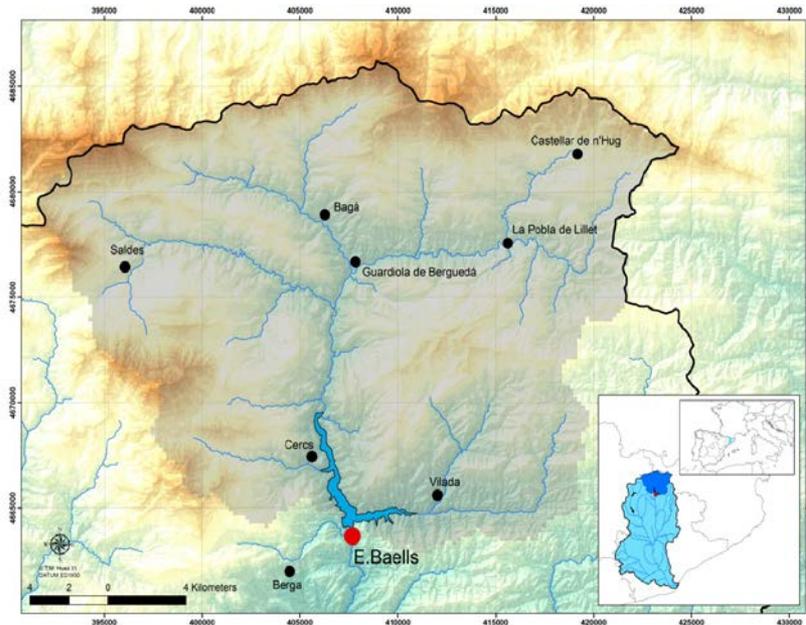
- Heterocedasticidad
- Autocorrelación
- No Normalidad



## Caso de Estudio



## □ **LA BAELLS** (505 KM<sup>2</sup>), SUBCUENCA DEL LLOBREGAT (BARCELONA, ESPAÑA)



➤ CELDAS DE 200x200 m

➤ MODELACIÓN A ESCALA DIARIA

## □ EL PERIODO DE CALIBRACIÓN CONSTA DE 731 DÍAS.

➤ ENTRE EL 1 DE OCTUBRE DE 2002 Y EL 30 DE SEPTIEMBRE DE 2004

## □ PERIODO DE CALENTAMIENTO DE 1 AÑO (2001-2002)

## □ MODELO DISTRIBUIDO CONCEPTUAL TETIS (GIMHA, UPV)

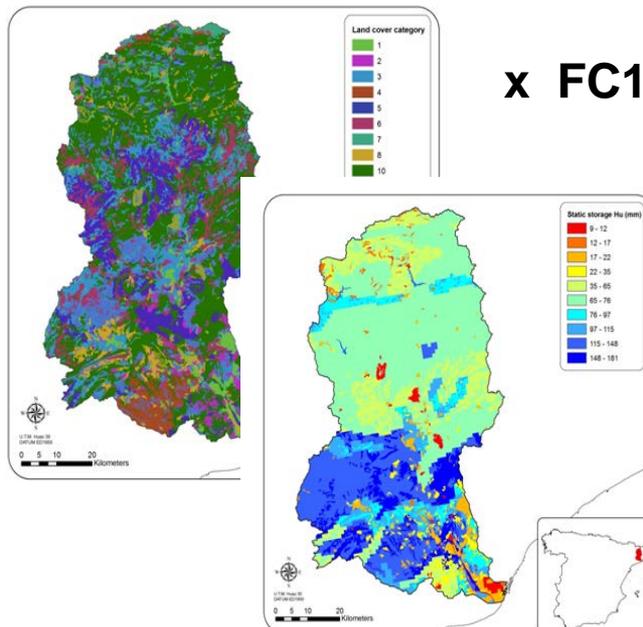
<http://luvia.dihma.upv.es/ES/software/software.html>



## □ PRODUCCIÓN DE ESCORRENTÍA:

Esquemas conceptuales simples, adaptados a la **escala de celda** y al **intervalo de tiempo** empleado en la modelación

## □ ESTRUCTURA DE PARÁMETRO EFECTIVO SEPARADA EN DOS PARTES:



➤ VALOR ESTIMADO EN CADA CELDA: **Mapa del Parámetro**

x FC2

➤ FUNCIÓN DE CORRECCIÓN: **Factor global aplicado a cada mapa (CALIBRACIÓN)**



## □ HIPÓTESIS

**Modelo Error 1:**  
Gausiano i.i.d.

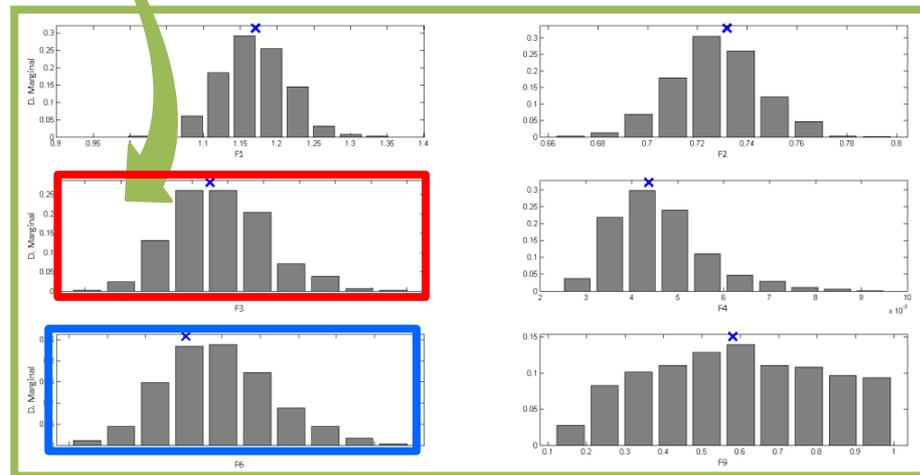
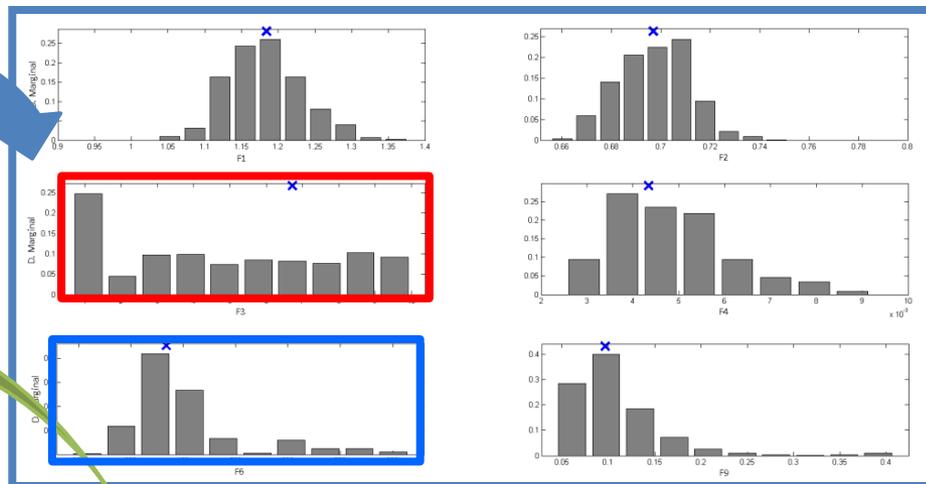
Prior No Informativa

**Func. Verosimilitud:**  
No definida de forma explícita  
(Ajuste mínimo cuadrático)

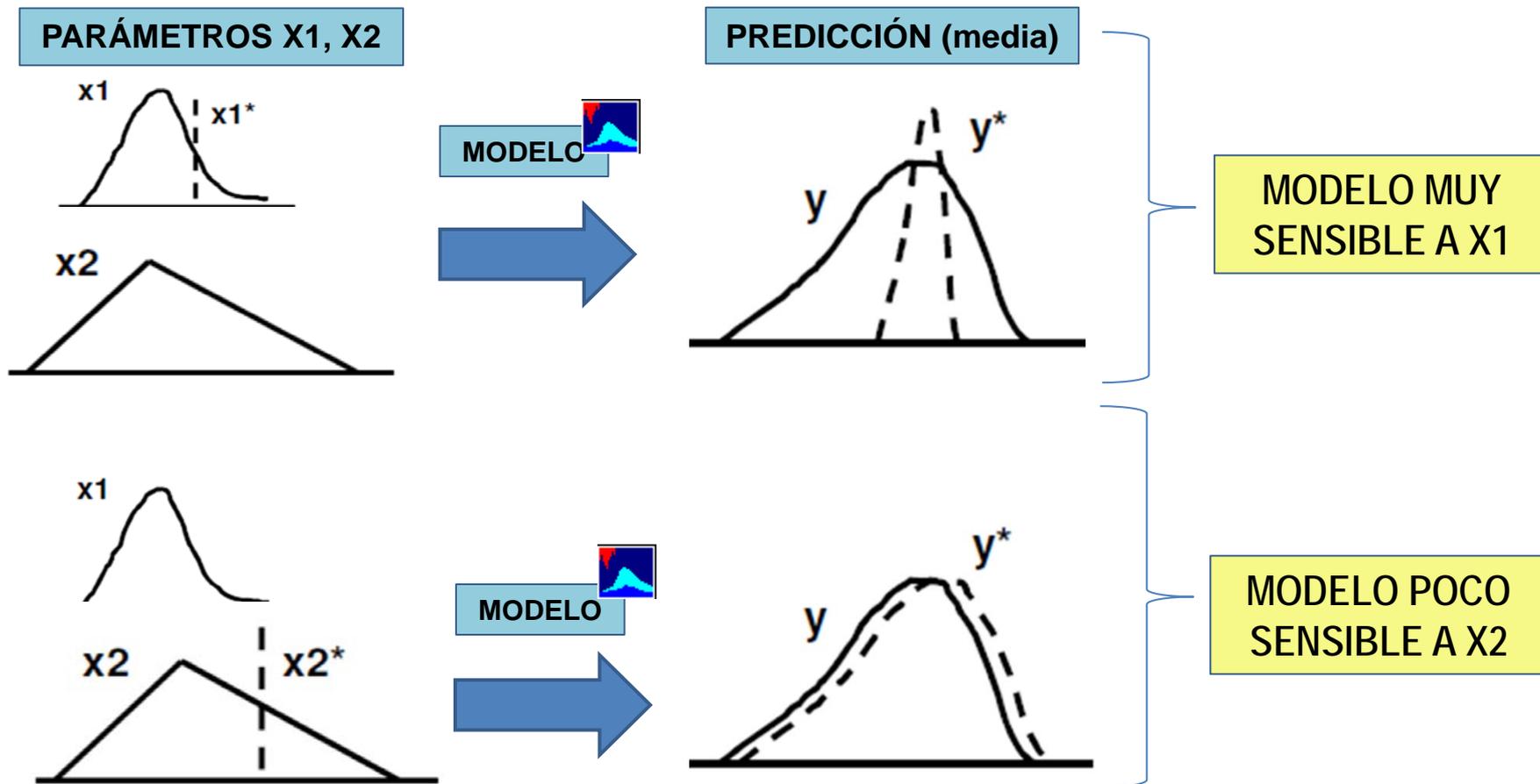
**Modelo Error 2:**  
Gausiano y Heterocedástico

Prior No Informativa

**Func. Verosimilitud:**  
Expresión general que considera varianza residual como función del caudal simulado

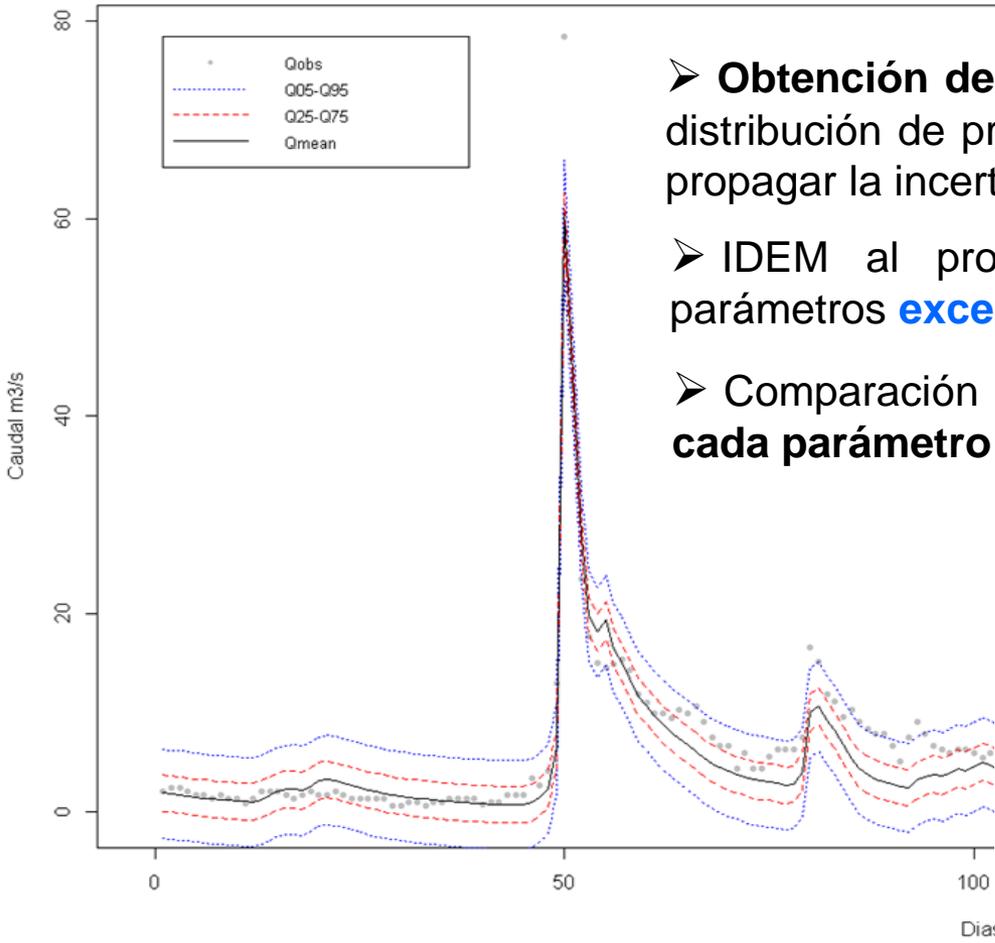


## □ METODOLOGÍA



## METODOLOGÍA

- Obtención de 5 curvas de caudal que caracterizan la distribución de probabilidad de la respuesta del modelo al propagar la incertidumbre de todos los parámetros
- IDEM al propagar la incertidumbre de todos los parámetros **excepto uno**
- Comparación en términos de NSE: **Efecto Total de cada parámetro** (medida de su influencia en el modelo)



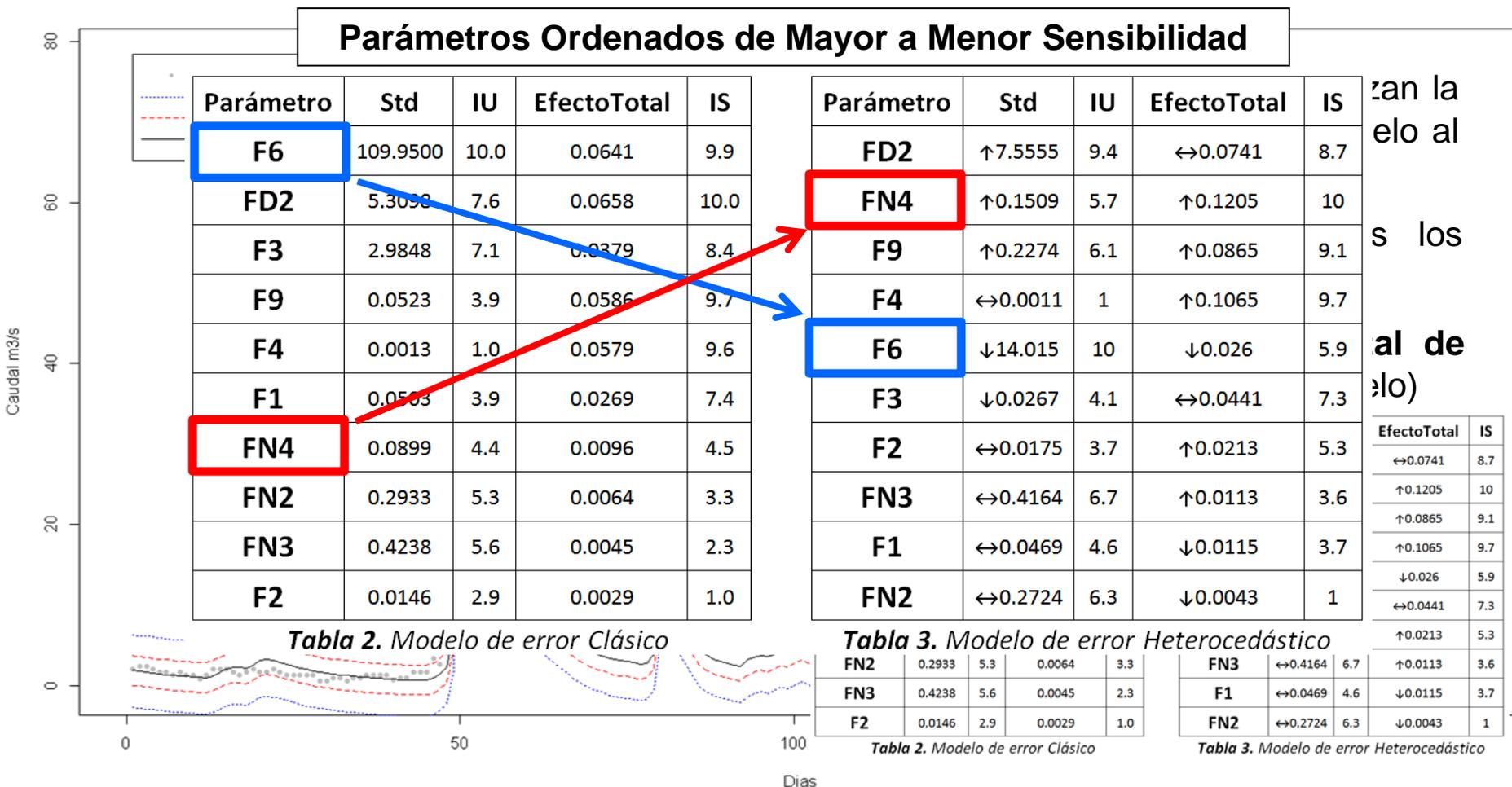
Parámetro	Std	IU	EfectoTotal	IS
F6	109.9500	10.0	0.0641	9.9
FD2	5.3098	7.6	0.0658	10.0
F3	2.9848	7.1	0.0379	8.4
F9	0.0523	3.9	0.0586	9.7
F4	0.0013	1.0	0.0579	9.6
F1	0.0503	3.9	0.0269	7.4
FN4	0.0899	4.4	0.0096	4.5
FN2	0.2933	5.3	0.0064	3.3
FN3	0.4238	5.6	0.0045	2.3
F2	0.0146	2.9	0.0029	1.0

Tabla 2. Modelo de error Clásico

Parámetro	Std	IU	EfectoTotal	IS
FD2	↑7.5555	9.4	↔0.0741	8.7
FN4	↑0.1509	5.7	↑0.1205	10
F9	↑0.2274	6.1	↑0.0865	9.1
F4	↔0.0011	1	↑0.1065	9.7
F6	↓14.015	10	↓0.026	5.9
F3	↓0.0267	4.1	↔0.0441	7.3
F2	↔0.0175	3.7	↑0.0213	5.3
FN3	↔0.4164	6.7	↑0.0113	3.6
F1	↔0.0469	4.6	↓0.0115	3.7
FN2	↔0.2724	6.3	↓0.0043	1

Tabla 3. Modelo de error Heterocedástico

## METODOLOGÍA





## □ La Aproximación Bayesiana Formal: Calibración Bayesiana

### ➤ Permite la **Adopción del Modelo de Error más adecuado**:

Para la correcta estimación de parámetros, se hace necesaria la apropiada identificación y adopción de la **Función de Verosimilitud** que mejor se adapte a cada modelo hidrológico.

### ➤ **Consecuencias de elegir un Modelo de Error no adecuado** al modelo hidrológico:

- La obtención de **distribuciones Posterior incorrectas** que conducen a inferencias erróneas sobre el valor de los parámetros del modelo
- El posible **enmascaramiento** de los parámetros verdaderamente influyentes en el modelo estudiado
- La aparición del efecto de **Divergencia del Modelo** (actualmente en estudio)

## □ Los Algoritmos MCMC

➤ Potente herramienta para la estimación de la distribución de probabilidad de los parámetros (y por tanto su incertidumbre)

➤ Permiten GSA realista ya que los parámetros adoptan valores de su D.P. Posterior



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

GIMHA  
Grupo de Investigación de Modelación  
Hidrológica y Ambiental



Instituto de Ingeniería del  
Agua y Medio Ambiente

# Muchas gracias por su atención

Mario R. Hernández ([maherlo@hma.upv.es](mailto:maherlo@hma.upv.es))

Grupo de Investigación en Modelación Hidrológica y Ambiental

[lluvia.dihma.upv.es](http://lluvia.dihma.upv.es)



Este estudio ha sido financiado por el Ministerio Español de Economía y Competitividad a través de los proyectos de investigación SCARCE (CSD2009-00065) y ECOTETIS (CGL2011-28776-C02-01)