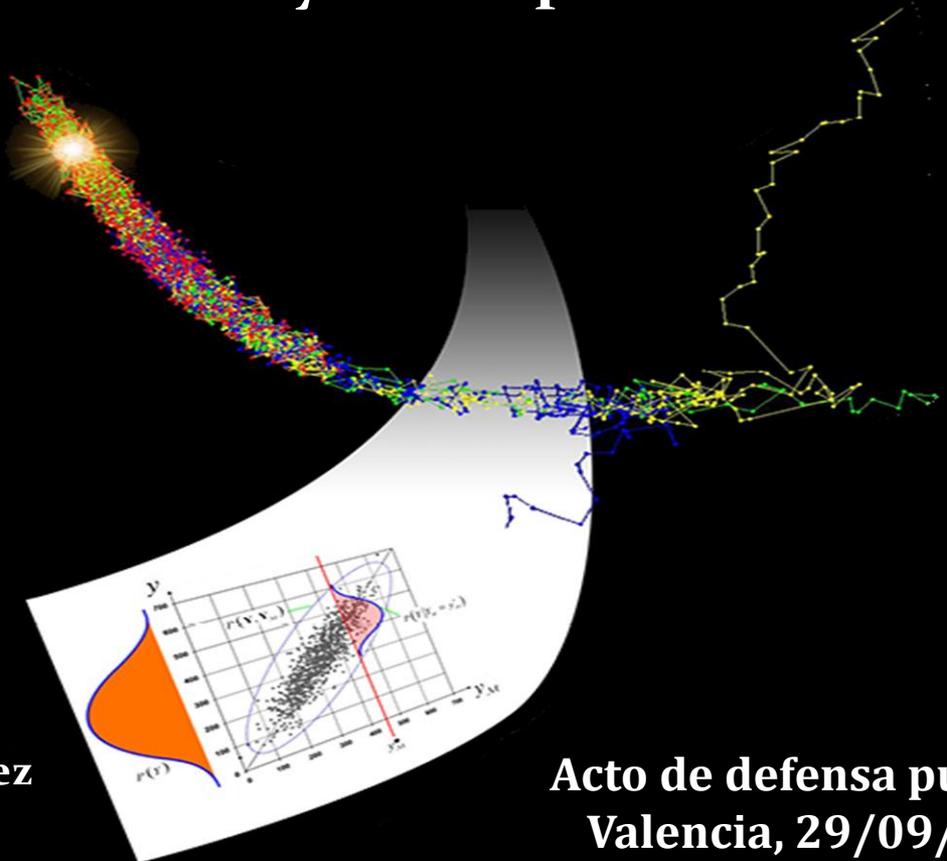


# Inferencia Bayesiana conjunta de modelos hidrológicos y modelos de error generalizados, para la evaluación de las incertidumbres predictiva y de los parámetros

PROGRAMA DE DOCTORADO DE  
INGENIERÍA DEL AGUA Y  
MEDIOAMBIENTAL

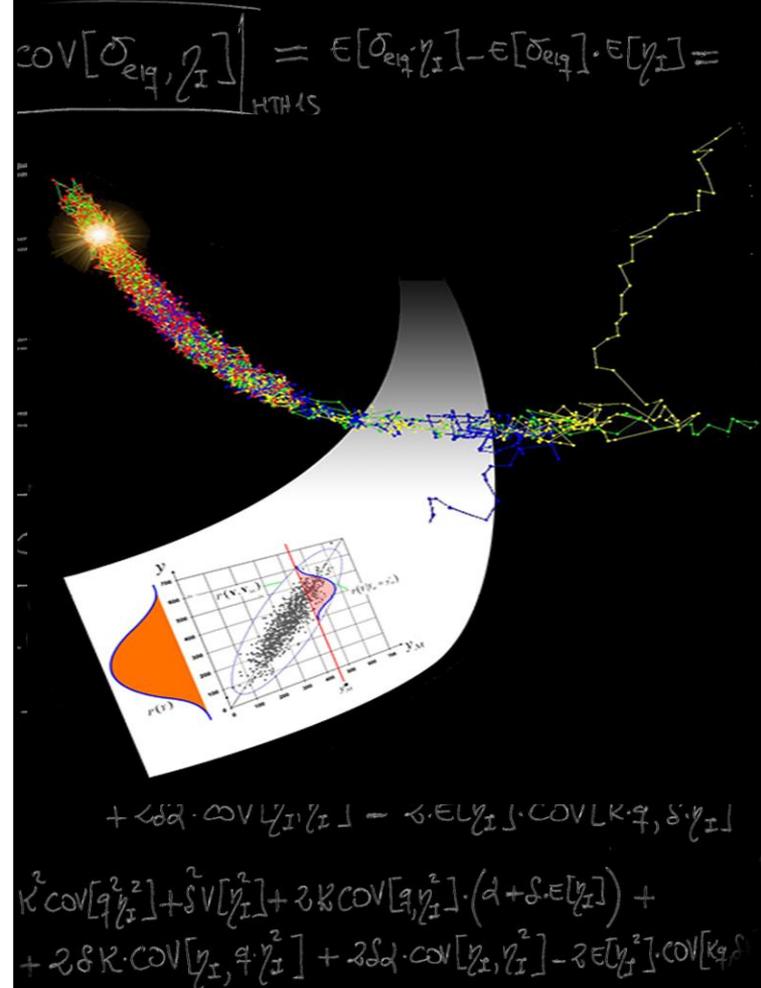
Autor: Mario Ramón Hernández López  
Director: Dr. Félix Francés García



Acto de defensa pública  
Valencia, 29/09/2017

# Índice de Contenidos

- I. Introducción. Motivación. Alcance
- II. Inferencia en modelación hidrológica
- III. Hipótesis principal
  - Un nuevo modelo de error
- IV. Comprobación de la hipótesis principal
- V. Conclusiones y líneas futuras



# I. Introducción. Motivación. Alcance

1. El modelo. Racionalización del sistema natural
2. La Incertidumbre. Racionalización del error
3. Fuentes de incertidumbre en modelación
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance



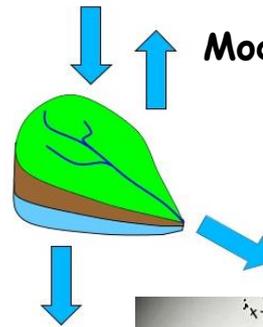
## Contenidos

1. Modelo
2. Incertidumbre
3. Fuentes de incertidumbre
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance

## Modelación de un sistema natural

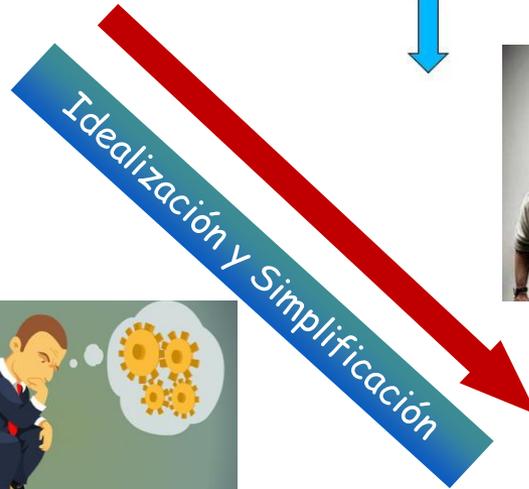
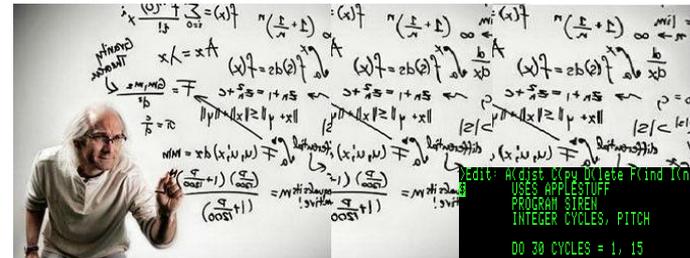


Sistema real



Modelos Perceptual y Conceptual

Modelo Matemático



$M(\cdot)$   
Modelo Computacional

```

Edit: Adjust Copy Delete Find (Insert Jump Replace W/Quit X/Chng Z/C
USES APPLESTUFF
PROGRAM SIREN
INTEGER CYCLES, PITCH
DO 30 CYCLES = 1, 15
    DO 10 PITCH = 30, 50
        CALL NOTE (PITCH, 1)
    CONTINUE
    DO 20 PITCH = 50, 30, -1
        CALL NOTE (PITCH, 1)
    CONTINUE
30 CONTINUE
WRITE (*, 40)
CHAR(15), 'YOU'RE UNDER ARREST, JOE FORTRAN!', CHAR(14)
FORMAT (A, A, A)
40
END
    
```

Contenidos

1. Modelos

2. Incertidumbre

3. Fuentes de  
incertidumbre

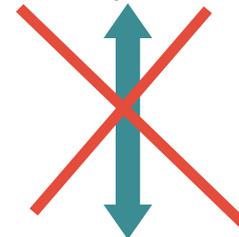
4. Motivación de  
la Tesis

5. Alcance

# Se observan errores en la Predicción...



$$\tilde{Y} = \{\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_n\}$$



$$E(\theta, x_0, \tilde{B}) = \tilde{Y} - Y_{\mathcal{M}}(\theta, x_0, \tilde{B})$$

$$\mathcal{M}(\cdot)$$



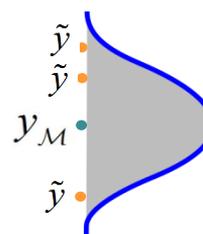
$$Y_{\mathcal{M}}(\theta, x_0, \tilde{B}) = \{y_{1\mathcal{M}}, \dots, y_{n\mathcal{M}}\}$$



$$\theta_H = \{\theta_1, \dots, \theta_d\}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \text{Inputs} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{kn} \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ \cdot \\ \cdot \\ \text{C.I.} \\ \cdot \\ x_{v0} \end{bmatrix}$$

EL MODELO GENERA VALORES DE LA VARIABLE NO COINCIDENTES CON SUS OBSERVACIONES



Contenidos

1. Modelos
2. Incertidumbre
3. Fuentes de incertidumbre
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance

# Se observa Equifinalidad de los parámetros... (Beven & Binley, 1992)

$$\theta_H = \{\theta_1, \dots, \theta_d\}$$

$$\theta_H = \{\theta_1, \dots, \theta_d\}$$

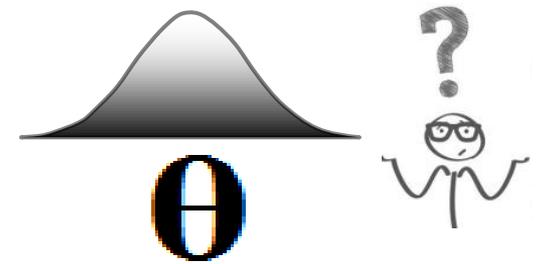


·  
·  
·

$$\theta_H = \{\theta_1, \dots, \theta_d\}$$

EL MODELO GENERA VALORES SIMILARES DE LA VARIABLE DE ESTADO CON DIFERENTES CONJUNTOS DE PARÁMETROS

$$\begin{matrix}
 \text{C.I.} \\
 \mathbf{x}_0 =
 \end{matrix}
 \begin{bmatrix}
 x_{10} \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 x_{v0}
 \end{bmatrix}
 \mathbf{B} =
 \begin{bmatrix}
 b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1n} \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \text{Inputs} & \cdot & \cdot & \cdot \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 b_{k1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{kn}
 \end{bmatrix}$$



## Contenidos

1. Modelos

2. Incertidumbre

3. Fuentes de  
incertidumbre

4. Motivación de  
la Tesis

5. Alcance

Se observan disfunciones ...



## Incertidumbre en modelación

Racionalización de las disfunciones\* del modelo en su intento de reproducir la realidad

\* en la predicción y en los parámetros del modelo

## Incertidumbre

Muchas otras definiciones en la literatura, e.g.

Indicación cuantitativa de la fiabilidad de una determinada magnitud hidrológica, ya sea observada o inferida

Montanari (2011)

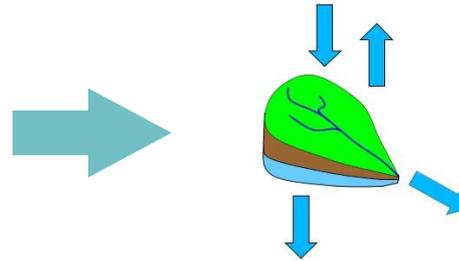
Contenidos

1. Modelos
2. Incertidumbre
- 3. Fuentes de incertidumbre**
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance

## Fuentes de incertidumbre

Puntos en el proceso de modelación en los que más información del sistema real se pierde

### M. AMBIENTAL: PRINCIPALES FUENTES INCERTIDUMBRE



$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$\tilde{Y} = \{ \tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_n \} \quad b_{kn}$$

CONCEPTUALIZACIÓN  
DEL MODELO

ERRORES EN LA  
INFORMACIÓN

Inputs, Variables observadas,  
C. Contorno

EL MÉTODO DE INFERENCIA

Fuente y máscara

## Contenidos

1. Modelos
2. Incertidumbre
3. Fuentes de incertidumbre
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance

## Motivación de la Tesis

1. La incertidumbre **es inevitable** en modelación hidrológica: los sistemas de modelación deben **explicitar su presencia**  
(Montanari y Koutsoyiannis, 2012)
2. No ha sido, ni es práctica común, evaluar la incertidumbre de las estimaciones hidrológicas  
(Pappenberger y Beven, 2006)
3. Durante años, el método de inferencia más común ha sido el de los **Mínimos Cuadrados (SLS)**. Sin embargo, se sabe que **los errores de los modelos hidrológicos no cumplen con sus**

SOLAMENTE UNA INFERENCIA CORRECTA PERMITE

- UNA PREDICCIÓN ROBUSTA
- LA CORRECTA ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS
- LA CORRECTA EVALUACIÓN DE AMBAS INCERTIDUMBRES

(Kavetski et al., 2003; Sorooshian y Dracup, 1980; Sorooshian y Gupta, 1983)

## Contenidos

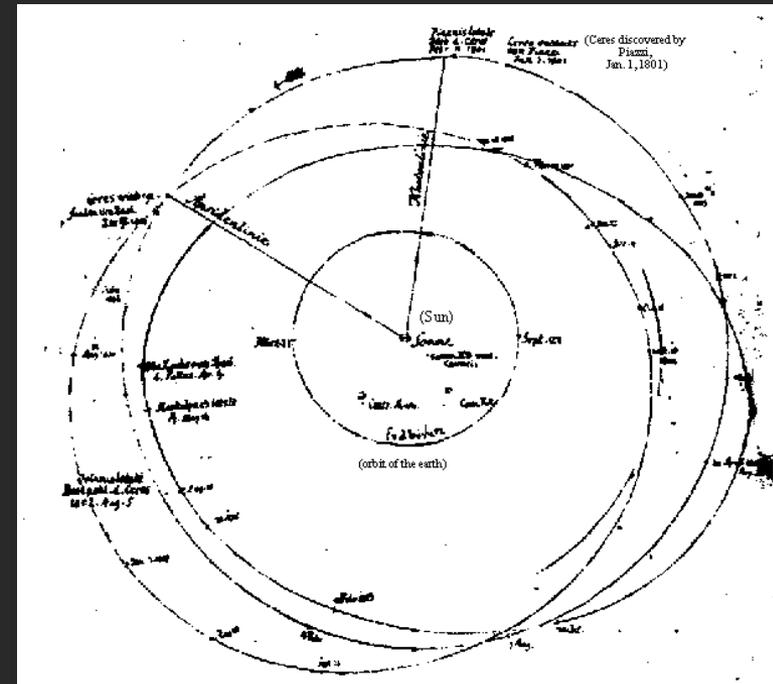
1. Modelos
2. Incertidumbre
3. Fuentes de incertidumbre
4. Motivación de la Tesis
5. Alcance

## Objetivos de la Tesis

1. **Estimación de los parámetros hidrológicos y su incertidumbre**  
Mediante inferencia Bayesiana conjunta del modelo hidrológico y un modelo de error adecuado
2. **Evaluación de la incertidumbre de la predicción del modelo hidrológico**  
Mediante el modelo de error inferido conjuntamente
3. **Investigación y solución a los problemas con la inferencia conjunta**  
Reportados en diversos trabajos de la literatura científica, **impiden la aplicación de modelos de error sofisticados en una inferencia conjunta** con los modelos hidrológicos

## II. Inferencia en modelación hidrológica

1. El modelo de error en la inferencia
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana computacional
4. El “caso ideal”: SLS
5. Relajación de hipótesis
6. Función de Verosimilitud Generalizada(GL)



$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error

2. Métodos de inferencia

3. Inferencia Bayesiana

4. El "caso ideal"

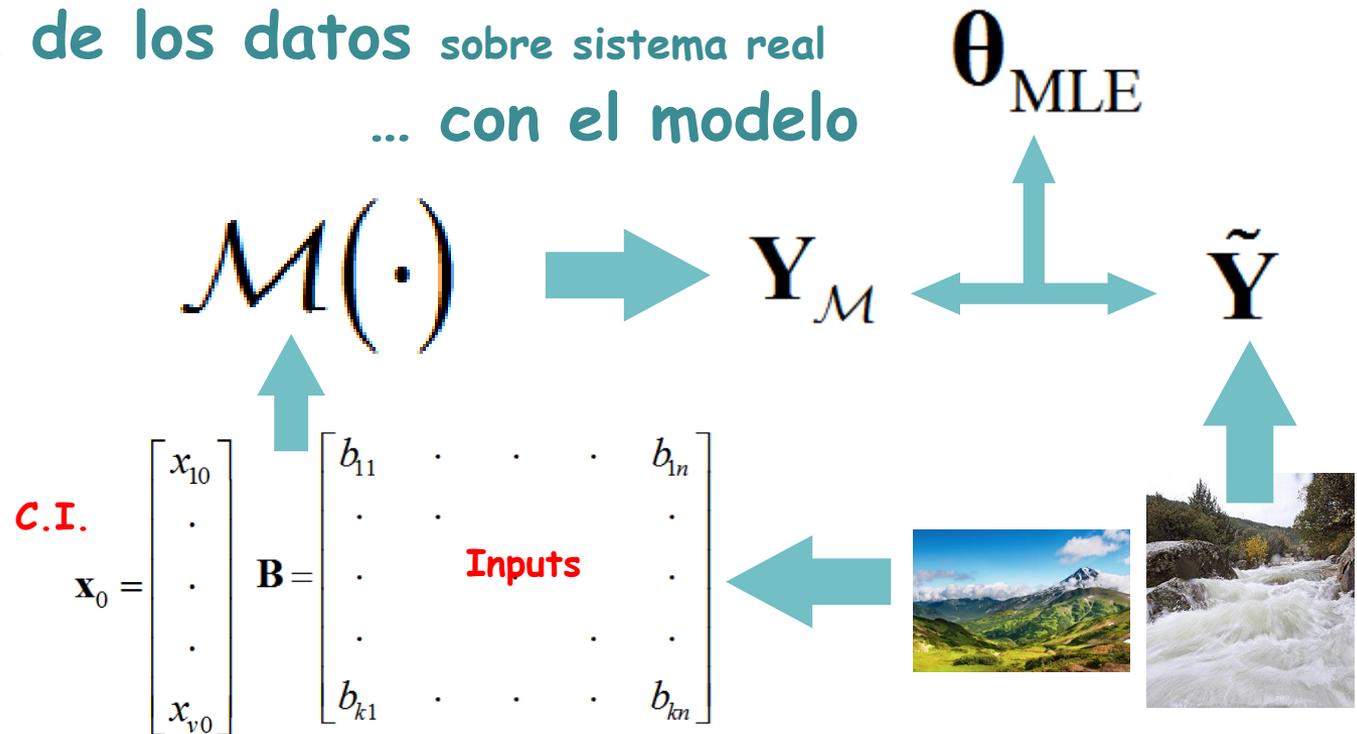
5. Relajación de hipótesis

6. Función de verosimilitud generalizada

## Inferencia

Proceso de determinación del valor de los parámetros, basado en el **contraste** o confrontación ...

... de los datos sobre sistema real  
... con el modelo



### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error

2. Métodos de inferencia

3. Inferencia Bayesiana

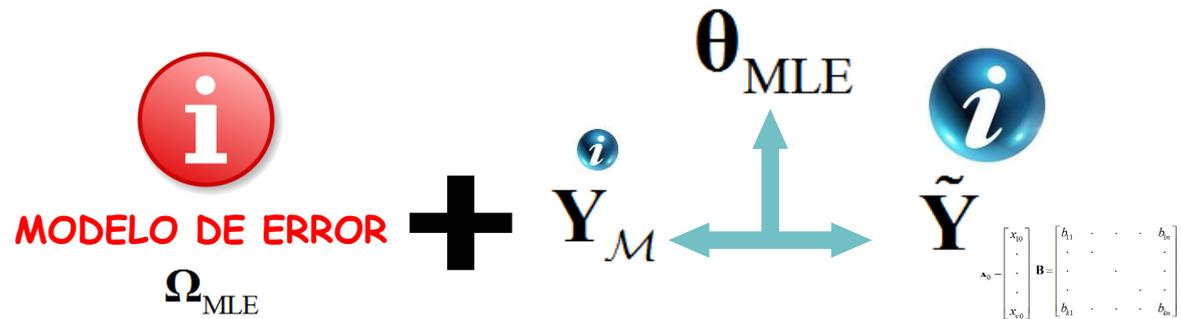
4. El "caso ideal"

5. Relajación de hipótesis

6. Función de verosimilitud generalizada

## CONFRONTACIÓN OBSERVACIONES - MODELO

Reflexiones previas, necesarias para la correcta inferencia



Información ¿presenta **ruido** respecto al sistema real?

Modelo hidrológico ¿**limitaciones** respecto al sistema real?

### MODELO DE ERROR

Se debe "instruir" al modelo (hidrológico) indicándole de alguna manera las limitaciones del proceso de modelación

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error

2. Métodos de inferencia

3. Inferencia Bayesiana

4. El "caso ideal"

5. Relajación de hipótesis

6. Función de verosimilitud generalizada

## Método de Inferencia

Conjunto de instrucciones o reglas que el modelo utiliza para extraer la información que hay en los datos y almacenarla en los parámetros (Kavetski, 2003)

Reglas más importantes: **MODELO de ERROR Y PRIOR KNOWNNS**

### CONFRONTACIÓN OBSERVACIONES - MODELO

Se debe plantear en términos de error...



La Inferencia persigue el ajuste entre errores "observado y simulado" NO el ajuste entre la variable observada y simulada  
Modelo error **SLS** es un caso especial

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error

2. Métodos de inferencia

3. Inferencia Bayesiana

4. El "caso ideal"

5. Relajación de hipótesis

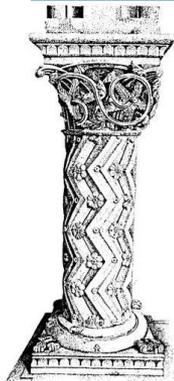
6. Función de verosimilitud generalizada

## Métodos de Inferencia más empleados en HM

### Métodos de optimización

- Local o guiados por gradiente
- Global o de búsqueda aleatoria

### Métodos Bayesianos computacionales



Teorema  
De Bayes



Algoritmo  
De Metropolis

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Pilares de inferencia Bayesiana computacional

### El teorema de Bayes

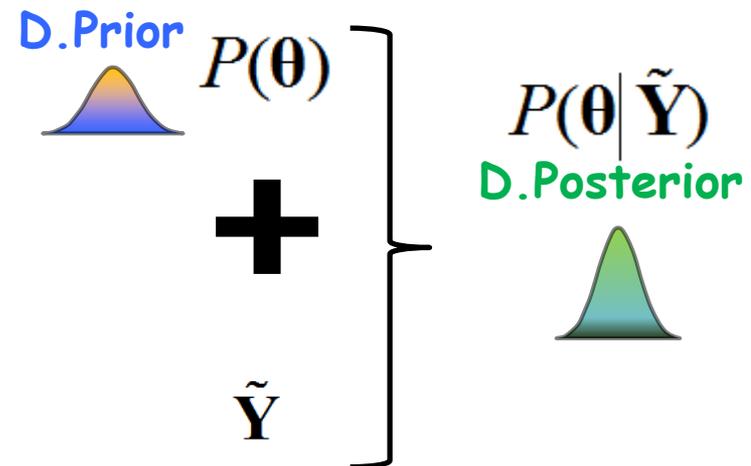
Bayes, Thomas (1763). "An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances.", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, **53**, 370-418

➤ Algoritmo de actualización...

$$P(\theta | \tilde{Y}) = \frac{P(\tilde{Y} | \theta) P(\theta)}{P(\tilde{Y})}$$



Thomas Bayes  
(1702-1761)



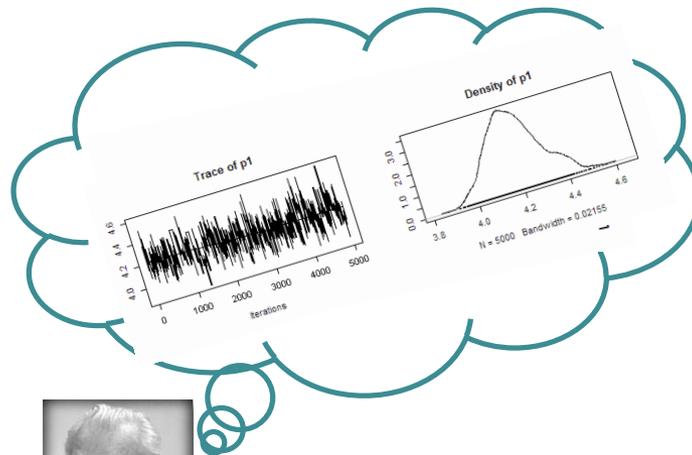
### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Pilares de inferencia Bayesiana computacional

### El algoritmo de Metropolis

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H. and Teller, E. (1953) "Equation of state calculations by fast computing machines," *J. Chem. Phys.*, **21(6)**, 1087-1092.



Nicholas C. Metropolis  
(1915-1999)

➤ **Algoritmo de muestreo de la posterior**, semilla de todos los **algoritmos Bayesianos MCMC**

➤ El algoritmo, mediante la **posterior no-escalada** es capaz de muestrear la verdadera PDF del parámetro

$$P(\theta | \tilde{Y}) \propto \ell(\theta | \tilde{Y})P(\theta) \rightarrow \theta$$

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

# Método de Mínimos Cuadrados (SLS)

## Hipótesis de inferencia en el "Caso Ideal"

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{k1} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{kn} \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} x_{10} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_{v0} \end{bmatrix}$$

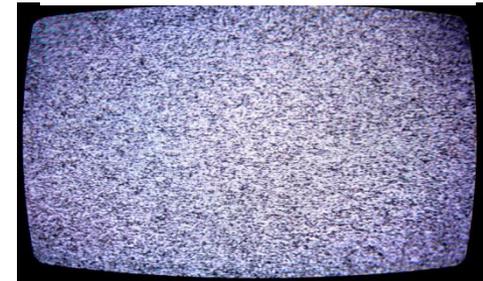
$\mathcal{M}(\cdot)$



**ÚNICA FUENTE DE ERROR !!!!!**  
Observaciones de la variable de interés

**MODELO DE ERROR**

$$e_j(\theta) \stackrel{?}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$



$$\mathcal{L}(\theta | \tilde{Y}, \sigma^2) = -\frac{1}{2} n \log(2\pi) - \frac{1}{2} n \log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \text{SRC}(\theta)$$

$$\text{SRC}(\theta) = \sum_{j=1}^n (\tilde{y}_j - y_j(\theta))^2 = \sum_{j=1}^n (e_j(\theta))^2 \quad \text{F.OBJ.}$$

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Inferencia de modelos hidrológicos

### ¿Consecuencias de aplicar el método SLS?

(Kavetski et al., 2003; Schoups y Vrugt, 2010; Thyer et al., 2009)

#### SOBRE LOS PARÁMETROS

- **Se corrompe su valor esperado (sesgo)**  
Compensan los problemas en estructura/inputs que el EM no ha comunicado al HM
- **Se infraestima su incertidumbre**  
Se sobreestima la información que pueden almacenar  
Información "sobrante" almacenada en errores como **autocorrelación**

#### SOBRE LA PREDICCIÓN DEL MODELO

- **Se enmascaran** las limitaciones del HM
- **Se sobreestima** su incertidumbre

EL BLOQUE-IV MOSTRARÁ  
ESTOS EFECTOS ...

### Contenidos

1. Inferencia  
Modelo de error
2. Métodos de  
inferencia
3. Inferencia  
Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de  
hipótesis
6. Función de  
verosimilitud  
generalizada

## Soluciones a SLS en la literatura

### Relajación de las hipótesis que invalidan SLS

### ESTRATEGIAS PARA ALIVIAR EL PROBLEMA

#### Parciales

1. Relajación de la hipótesis de errores con **varianza constante**
2. Relajación de la hipótesis de **errores independientes**

#### General

1. Relajación todas las hipótesis: **Verosimilitud Generalizada (GL)**

### Contenidos

1. Inferencia  
Modelo de error
2. Métodos de  
inferencia
3. Inferencia  
Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de  
hipótesis
6. Función de  
verosimilitud  
generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### Relajación de las hipótesis que invalidan al SLS

#### 1. Relajación de la hipótesis de errores con **varianza constante**

#### MÉTODOS TRANSFORMACIONALES (Box y Cox, 1964; Sakia, 1992)

- Transforman las variables, estabilizando la varianza de los errores
- Evitan el problema mediante su eliminación (no siempre)



Eliminar el problema **NO** mejora su conocimiento

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### Relajación de las hipótesis que invalidan al SLS

#### 1. Relajación de la hipótesis de errores con **varianza constante**

MÉTODOS TRANSFORMACIONALES (Box y Cox, 1964; Sakia, 1992)

#### MÉTODOS DIRECTOS

- Mínimos cuadrados ponderados (**WLS**)

$$\text{SRC}_W = \sum_{j=1}^n (w_j e_j(\boldsymbol{\theta}))^2 \quad \text{Pesos } w_j = \sigma_{e|y_{j,M}}^{-1}$$

Algunas variables ambientales no repiten observables

- Surge un método Híbrido (Sorooshian y Dracup, 1980)

$$\boldsymbol{\sigma} = \alpha + \kappa \mathbf{Y}_M(\boldsymbol{\theta})^\psi \quad \kappa^2 = \mathbb{V}[\mathbf{E}^*]$$

Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### Relajación de las hipótesis que invalidan al SLS

1. Relajación de la hipótesis de errores con varianza constante
2. Relajación de la hipótesis de **errores independientes**

- En HM errores no son ruido blanco, presentan **autocorrelación**
- La **autocorrelación** es una forma de **SESGO** en los errores

(Reichert y Mieleitner, 2009)

- Mediante **Decorrelación** con modelo AR(1) se elimina dependencia serial



$$e_j(\boldsymbol{\theta}) = \phi_1 e_{j-1}(\boldsymbol{\theta}) + z_j(\boldsymbol{\theta}, \phi_1)$$

$$z_j(\boldsymbol{\theta}, \phi_1) \stackrel{D}{\sim} \mathcal{N}(0, \sigma_z^2)$$

$$\sigma_z^2 = \sigma^2 (1 - \phi_1^2)$$

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, \phi_1 | \tilde{\mathbf{Y}}, \sigma^2) \approx -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{n}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{j=1}^n (z_j(\boldsymbol{\theta}, \phi_1))^2$$

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
- 5. Relajación de hipótesis**
6. Función de verosimilitud generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### Relajación de las hipótesis que invalidan al SLS

1. Relajación de la hipótesis de errores con varianza constante
  2. Relajación de la hipótesis de errores independientes
  - 3. Relajación general de hipótesis: Verosimilitud Generalizada (GL)**  
Schoups, G. and Vrugt, J.: A formal likelihood function for parameter and predictive inference of hydrologic models with correlated, heteroscedastic, and non-Gaussian errors, *Water Resour. Res.*, **46(10)**, 1-17, 2010
- GL se basa en modelo de error generalizado con 5 PARÁMETROS
  - Inferencia Conjunta de esos 5 p. con los parámetros hidrológicos

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

# Soluciones para la correcta inferencia de HM

## La función de Verosimilitud Generalizada (GL)

### CARACTERÍSTICAS

- Se modela varianza no constante **de las innovaciones**

Método Directo después de 30 años (1980-2010)

Decorrelación

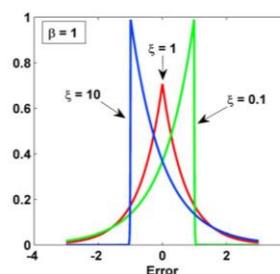
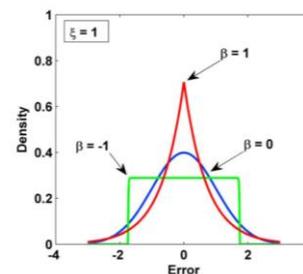
$$e_j(\boldsymbol{\theta}) = \phi_1 e_{j-1}(\boldsymbol{\theta}) + z_j(\boldsymbol{\theta}, \phi_1)$$

Modelo de varianza

$$\sigma_z = \alpha + \kappa Y_M(\boldsymbol{\theta})$$

- Flexibilidad distribucional

$$a_j = \frac{z_j(\boldsymbol{\theta}, \phi_1)}{\sigma_{z_j}} \underset{\mathcal{D}}{\sim} \text{SEP}(0, 1, \beta, \xi)$$



$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Omega} | \tilde{\mathbf{Y}}) \approx n \log \frac{2\sigma_\xi w_\beta}{(\xi + \xi^{-1})} - \sum_{j=1}^n \log \left\{ \sigma_{z_j} \right\} - c_\beta \sum_{j=1}^n \left| \frac{\mu_\xi + \sigma_\xi a_j}{\xi^{\text{sgn}(\mu_\xi + \sigma_\xi a_j)}} \right|^{\frac{2}{1+\beta}}$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \{ \phi_1, \alpha, \kappa, \beta, \xi \}$$

### Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### La función de Verosimilitud Generalizada (GL)

### CONSIDERACIONES

1. **Schoups y Vrugt (2010)** sólo infieren conjuntamente 4 de los 5 parámetros de error en sus dos casos de estudio

$$\Omega_{\text{CASO-1}} = \{\phi_1, \alpha, \kappa, \beta\} \quad \Omega_{\text{CASO-2}} = \{\alpha, \kappa, \beta, \xi\}$$

ξ                      φ<sub>1</sub>

### Segundo caso de estudio presenta problemas espurios

- Intento de inferir coeficiente AR(1): Muy próximo a 1
- Inflación "sin sentido" en la banda de incertidumbre

Contenidos

1. Inferencia Modelo de error
2. Métodos de inferencia
3. Inferencia Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de hipótesis
6. Función de verosimilitud generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### La función de Verosimilitud Generalizada (GL)

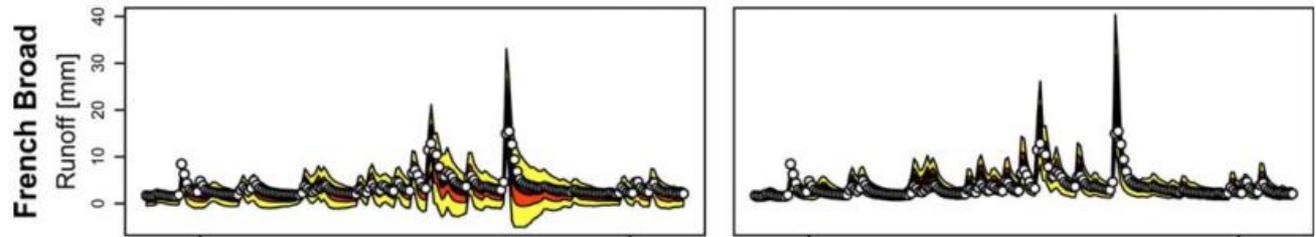
#### CONSIDERACIONES

#### 2. CORRECCIÓN DE Evin et al. (2013) a Schoups y Vrugt (2010)

- 1º Estabilizar Varianza y 2º Aplicar decorrelación

$$\cancel{\sigma_z = \alpha + \kappa Y_M(\theta)} \quad \sigma = \alpha + \kappa Y_M(\theta)$$

- Consiguen eliminar (en su caso de estudio) el problema de las bandas de incertidumbre "infladas"



- **Detectan problema** de muy alta correlación entre parámetros

### Contenidos

1. Inferencia  
Modelo de error
2. Métodos de  
inferencia
3. Inferencia  
Bayesiana
4. El "caso ideal"
5. Relajación de  
hipótesis
6. Función de  
verosimilitud  
generalizada

## Soluciones para la correcta inferencia de HM

### La función de Verosimilitud Generalizada (GL)

### CONSIDERACIONES

### 3. PRIMEROS 2 EXPERIMENTOS DE ESTA TESIS

SOBRE EL CASO DE ESTUDIO 1 DE **SCHOUPS Y VRUGT (2010)**

#### EXPERIMENTO 1

$$\Omega_{\text{CASO-1}} = \{\phi_1, \alpha, \kappa, \beta\} + \xi$$

➤ **No hay convergencia MCMC**

#### EXPERIMENTO 2 (GL++NTL)

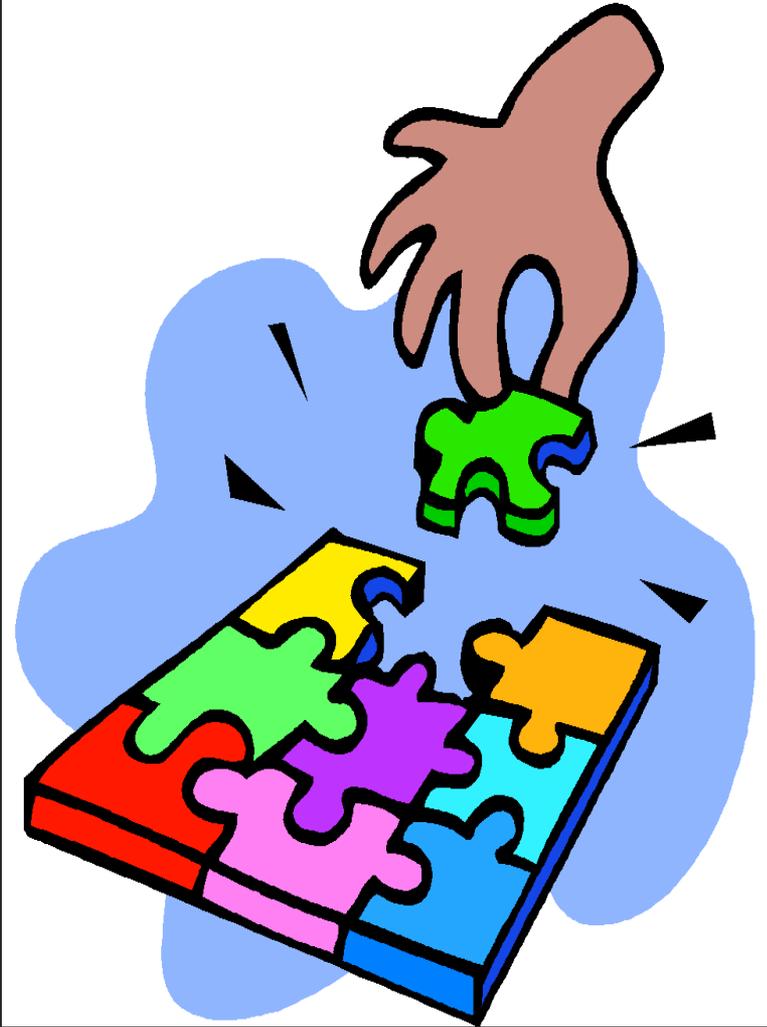
$$\Omega_{\text{CASO-1}} = \{\phi_1, \alpha, \kappa, \beta\} + \xi \text{ más la Corrección de Evin}$$

➤ **Convergencia MCMC**

➤ **Banda de incertidumbre con inflación**

## III. Un nuevo modelo de error

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal. Las Leyes Totales
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido de Sorooshian y Dracup (1980)



Contenidos

1. Incertidumbre predictiva

2. Incoherencia estadística

3. Hipótesis principal: TLs

4. Modelo de error GL++

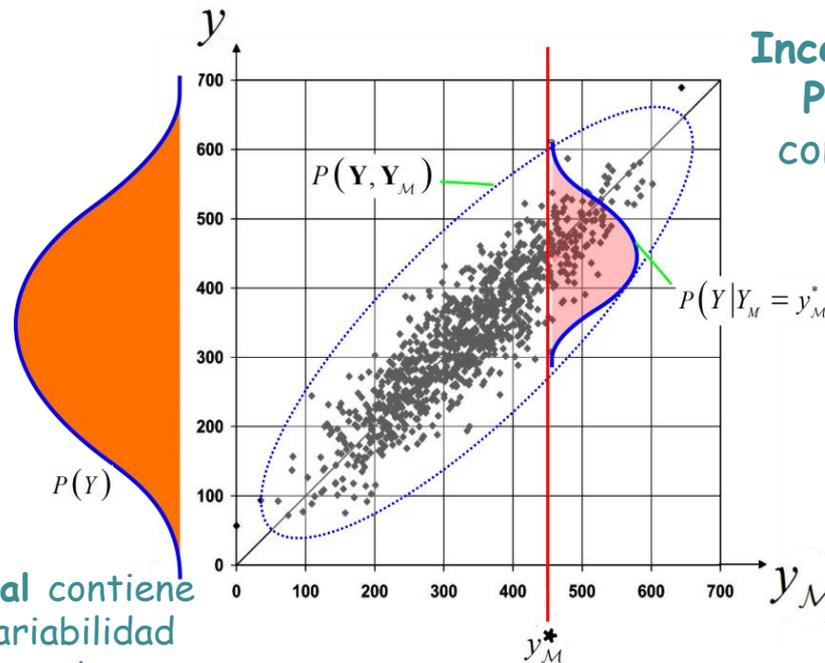
5. Modelo de error GL++Bias

6. Sobre el Método Híbrido

# Incertidumbre predictiva

## Concepto Fundamental. Definición

La variable a predecir y su simulado conforman PDF conjunta



Incertidumbre predictiva  
PDF de observaciones  
condicional al resultado  
del modelo

La marginal contiene  
toda la variabilidad  
con la que se observa  
la variable de interés

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva

2. Incoherencia estadística

3. Hipótesis principal: TLs

4. Modelo de error GL++

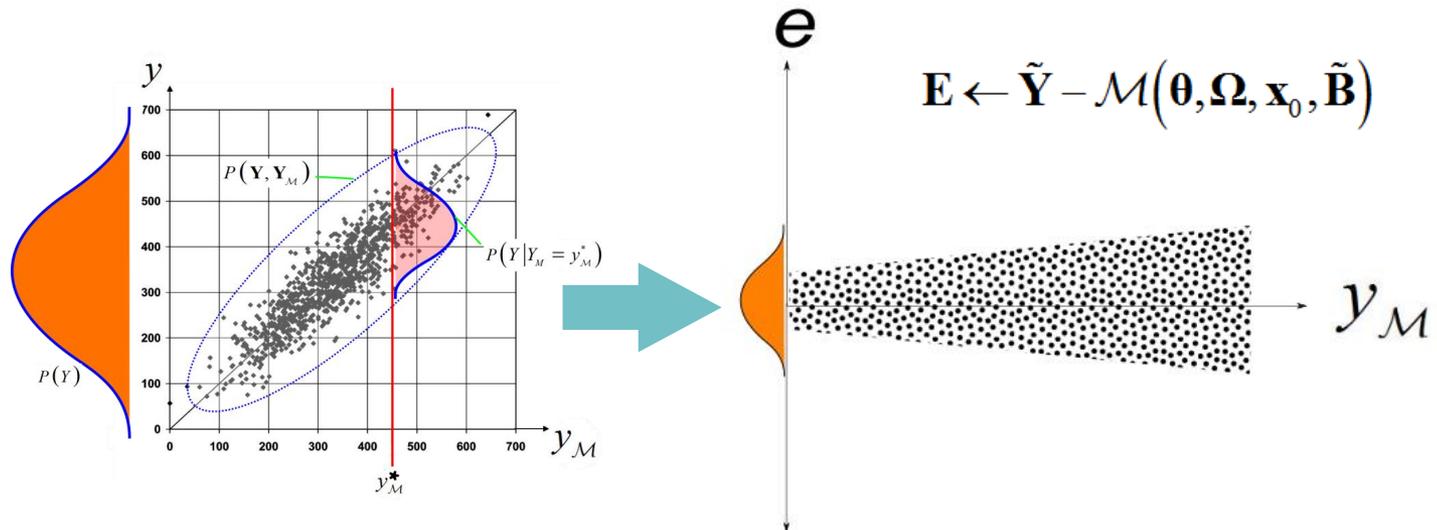
5. Modelo de error GL++Bias

6. Sobre el Método Híbrido

# Incertidumbre predictiva

## Concepto Fundamental

Los simulados y sus errores conforman una pdf conjunta



Contenidos

1. Incertidumbre predictiva

2. Incoherencia estadística

3. Hipótesis principal: TLs

4. Modelo de error GL++

5. Modelo de error GL++Bias

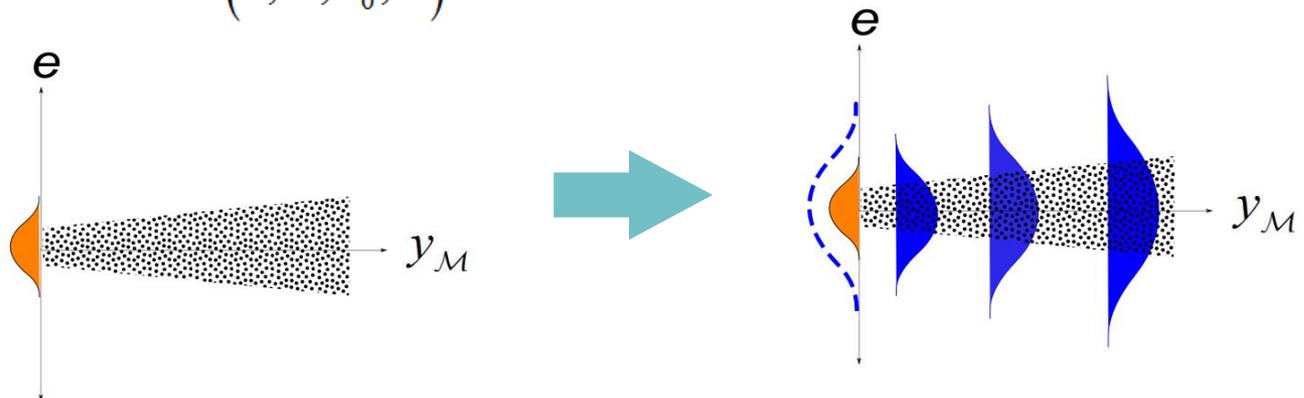
6. Sobre el Método Híbrido

## En el modelo de varianza condicional del error

$$\sigma = \alpha + \kappa Y_M(\theta)$$

¿Dónde se explicita que los errores forman PDF bivariada?

$$E \leftarrow \tilde{Y} - \mathcal{M}(\theta, \Omega, \mathbf{x}_0, \tilde{\mathbf{B}})$$



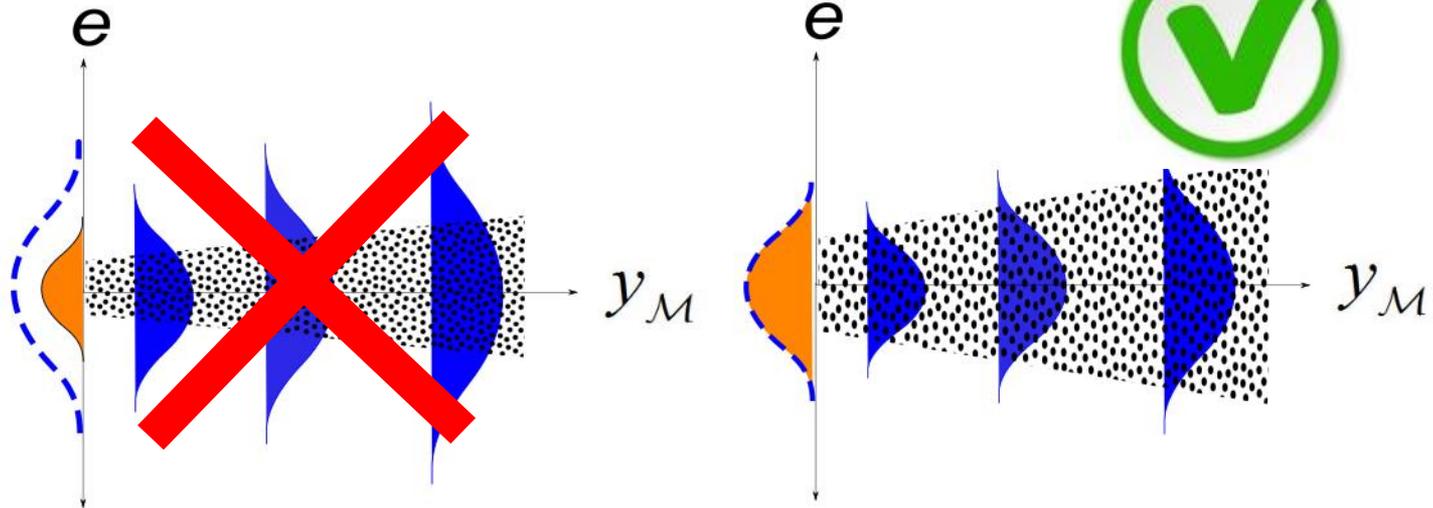
➤ Durante el proceso de inferencia conjunta ...

¿Podrían inferirse distribuciones **Condicionales** de error cuya **Marginal** no coincidiese con la **Marginal** de los errores de la simulación?

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Hipótesis principal de la Tesis

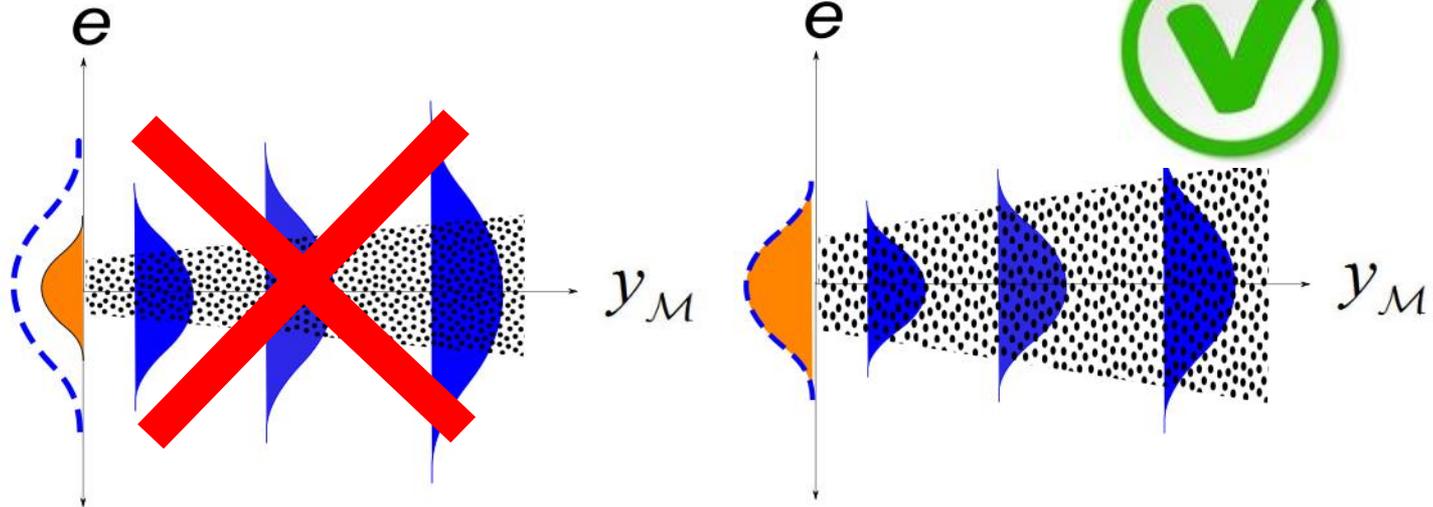


DURANTE LA INFERENCIA  
 VARIACIÓN ACOPLADA DE LAS DISTRIBUCIONES  
 CONDICIONALES Y **MARGINAL** DE LOS ERRORES

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Hipótesis principal de la Tesis



### Las Leyes Totales

TEL

$$\mathbb{E}[\mathbf{E}] = \mathbb{E}_{Y_M} \left[ \mathbb{E}[\mathbf{E} | \mathbf{Y}_M] \right]$$

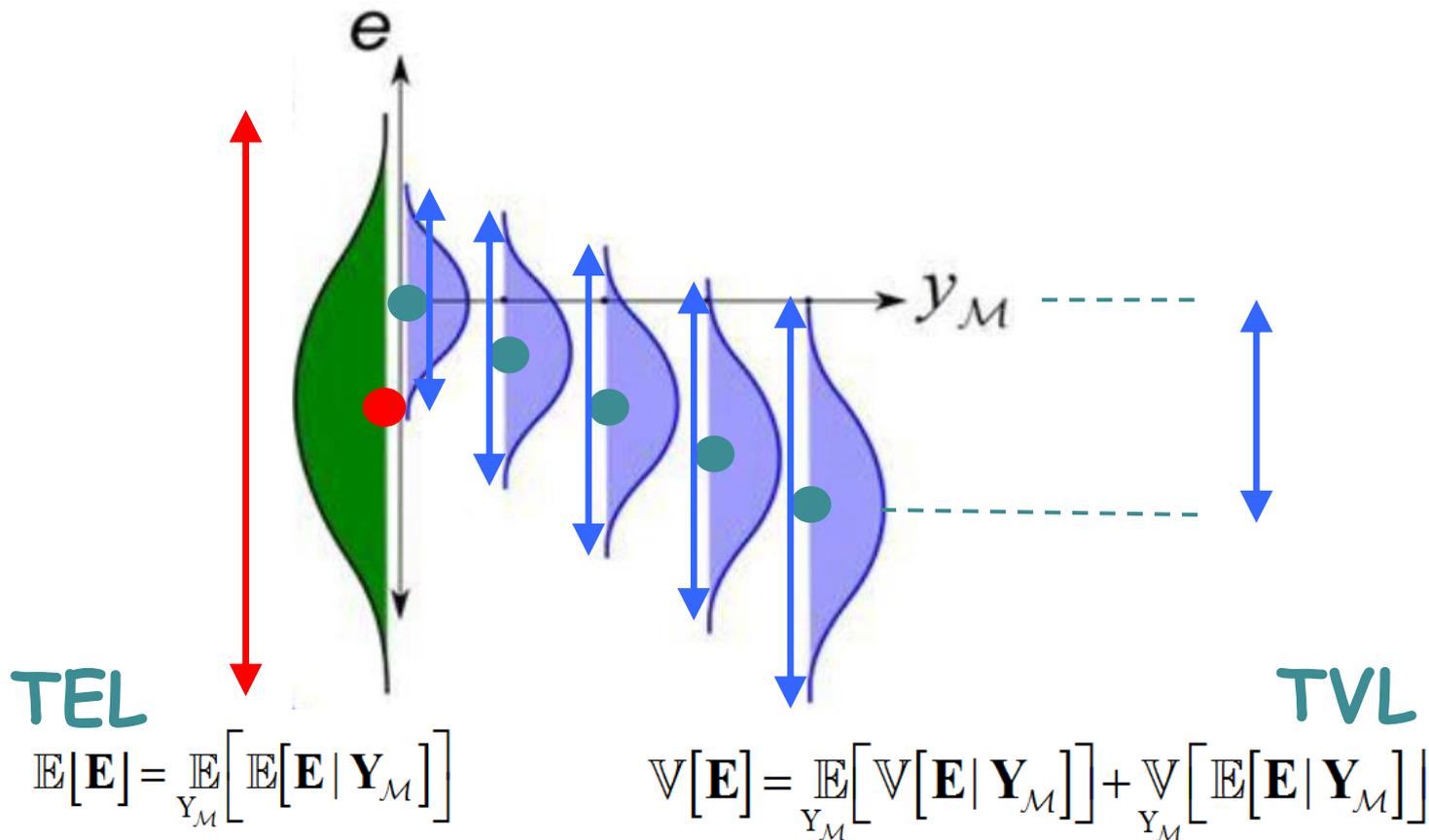
TVL

$$\mathbb{V}[\mathbf{E}] = \mathbb{E}_{Y_M} \left[ \mathbb{V}[\mathbf{E} | \mathbf{Y}_M] \right] + \mathbb{V}_{Y_M} \left[ \mathbb{E}[\mathbf{E} | \mathbf{Y}_M] \right]$$

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Las Leyes Totales



#### Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Modelo de error GL++

### CARACTERÍSTICAS

- Modelo de error Generalizado con 5 PARÁMETROS resultante de la Fusión de Evin et al. (2013) + Schoups y Vrugt (2010)
- Aplica la Ley de la Varianza Total al modelo de varianza

$$\text{TVL } \mathbb{V}[\mathbf{E}] = \mathbb{E}_{\mathbf{Y}_M}[\mathbb{V}[\mathbf{E} | \mathbf{Y}_M]] + \mathbb{V}_{\mathbf{Y}_M}[\mathbb{E}[\mathbf{E} | \mathbf{Y}_M]]$$

-1 g.d.l.

$$\alpha = \left( \mathbb{V}[\mathbf{E}] - \kappa^2 \mathbb{V}[\mathbf{Y}_M] \right)^{\frac{1}{2}} - \kappa \mathbb{E}[\mathbf{Y}_M]$$

GL++ tiene 4 PARÁMETROS LIBRES

$$\Omega = \{\kappa, \phi_1, \xi, \beta\}$$

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Modelo de error GL++Bias

### CARACTERÍSTICAS

➤ Modelo GL++ al que se le incluye un MODELO DE SESGO

(total 8 parámetros)

$$\begin{aligned} \mu_j &= \gamma & \forall y_{j_M} \leq y_M^* \\ \mu_j &= \gamma + \tau(y_{j_M} - y_M^*) & \forall y_{j_M} > y_M^* \end{aligned}$$

➤ Aplica las **Leyes de la Esperanza y la Varianza Total** a los modelos de sesgo y de varianza, determinando así el valor de 4 de los 8 parámetros

-4 g.d.l.

$$\gamma = \mathbb{E}[\mathbf{E}_1]$$

$$\tau = \frac{\mathbb{E}[\mathbf{E}_2] - \mathbb{E}[\mathbf{E}_1]}{\mathbb{E}[\mathbf{Y}_{2_M}] - y_M^*}$$

$$\alpha = \left( \mathbb{V}[\mathbf{E}_1] - \kappa^2 \mathbb{V}[\mathbf{Y}_{1_M}] \right)^{\frac{1}{2}} - \kappa \mathbb{E}[\mathbf{Y}_{1_M}]$$

$$\kappa = \left( \frac{\mathbb{V}[\mathbf{E}_1] - \mathbb{V}[\mathbf{E}_2] + \tau^2 \mathbb{V}[\mathbf{Y}_{2_M}]}{\mathbb{E}[\mathbf{Y}_{1_M}^2] - \mathbb{E}[\mathbf{Y}_{2_M}^2]} \right)^{\frac{1}{2}}$$

GL++Bias tiene 4 PARÁMETROS LIBRES

$$\Omega = \{y_M^*, \phi_1, \xi, \beta\}$$

Contenidos

1. Incertidumbre predictiva
2. Incoherencia estadística
3. Hipótesis principal: TLs
4. Modelo de error GL++
5. Modelo de error GL++Bias
6. Sobre el Método Híbrido

## Similitudes entre GL++ y el Método Híbrido

$$\sigma = \alpha + \kappa Y_M(\theta)$$

Sorooshian y Dracup (1980)

$$\alpha = 0$$

$$\kappa^2 = \mathbb{V}[\mathbf{E}^*]$$

GL++ (2017)

$$\alpha = \left( \mathbb{V}[\mathbf{E}] - \kappa^2 \mathbb{V}[\mathbf{Y}_M] \right)^{\frac{1}{2}} - \kappa \mathbb{E}[\mathbf{Y}_M]$$

$$\alpha = 0$$

$$\kappa^2 = \frac{1}{\mathbb{E}[\mathbf{Y}_M^2]} \mathbb{V}[\mathbf{E}] \propto \mathbb{V}[\mathbf{E}]$$

Refuerzo a las ideas de la Tesis

# IV. Comprobación de la hipótesis principal

1. Experimentos

2. Resultados

1. SLS

2. WLS

3. GL++

4. GL++Bias

5. Experimentos

WLS-NTL y GL++NTL

$$\begin{aligned} \text{COV}[\hat{\sigma}_{\text{eig}}, \hat{\gamma}_I] &= E[\hat{\sigma}_{\text{eig}} \hat{\gamma}_I] - E[\hat{\sigma}_{\text{eig}}] \cdot E[\hat{\gamma}_I] = \\ &= E[\hat{\gamma}_I (\alpha + \kappa \hat{q} + \delta \hat{\gamma}_I)] - E[\hat{\gamma}_I] \cdot (\alpha + \kappa E[\hat{q}] + \delta E[\hat{\gamma}_I]) = \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \kappa^2 \text{COV}[\hat{q}^2, \hat{\gamma}_I^2] + \delta^2 \text{COV}[\hat{\gamma}_I^2] + 2\kappa \text{COV}[\hat{q}, \hat{\gamma}_I^2] \cdot (\alpha + \delta E[\hat{\gamma}_I]) + \\ &+ 2\delta \kappa \cdot \text{COV}[\hat{\gamma}_I, \hat{q} \cdot \hat{\gamma}_I^2] + 2\delta \alpha \cdot \text{COV}[\hat{\gamma}_I, \hat{\gamma}_I^2] - 2E[\hat{\gamma}_I^2] \cdot \text{COV}[\kappa \hat{q}, \delta \hat{\gamma}_I] \end{aligned}$$

## Contenidos

### 1. Metodología y experimentos

### 2. Resultados

#### i. SLS

#### ii. WLS

#### iii. GL++

#### iv. GL++Bias

#### v. Experimentos NTL

## Dos tipos de Experimento...

**Tipo 1:** Inferencia Bayesiana Conjunta de 3 modelos hidrológicos con 4 modelos de error. ¿Ventajas?

1. SLS

2. WLS

3. GL++

4. GL++Bias

1. CRR (7 parámetros)

2. GR4J (4 p.)

1. GL++

2. GL++Bias

TETIS (9 p.)

**Tipo 2:** Comprobación de la hipótesis principal de la Tesis

1. WLS-NTL 1. CRR (7 parámetros)

2. GL++NTL 2. GR4J (4 p.)

## Contenidos

### 1. Metodología y experimentos

#### 2. Resultados

i. SLS

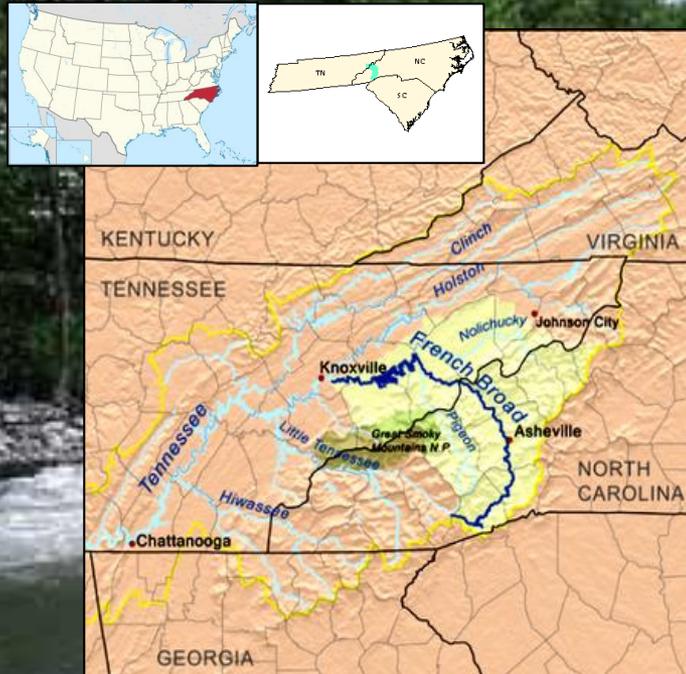
ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Cuenca de Análisis FRENCH BROAD RIVER (EE.UU.)



- CUENCA MÁS HÚMEDA DEL PROYECTO MOPEX
- ÁREA=2448 Km<sup>2</sup>
- DATOS DIARIOS: 5+2 Años de P, E, q

## Contenidos

### 1. Metodología y experimentos

### 2. Resultados

#### i. SLS

#### ii. WLS

#### iii. GL++

#### iv. GL++Bias

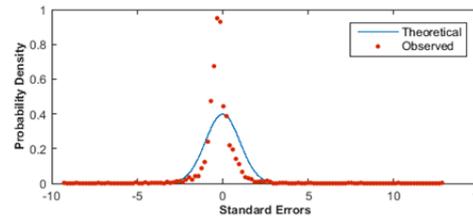
#### v. Experimentos NTL

## Modelo de error de referencia: SLS

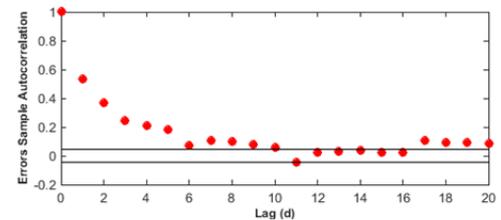
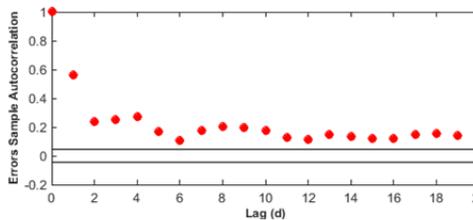
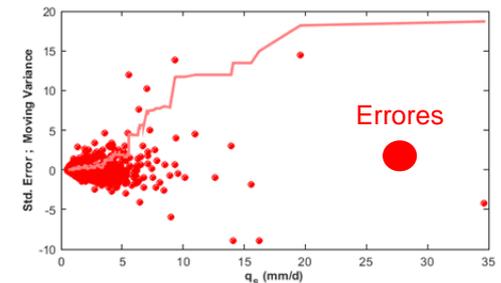
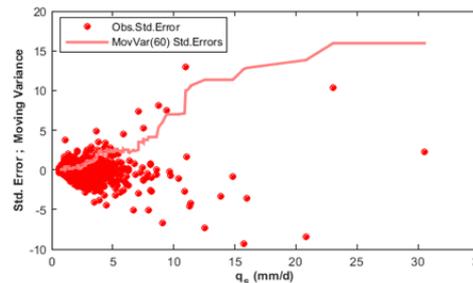
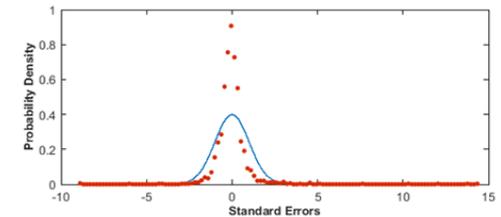
### 1. ¿Cumplen los errores con las hipótesis del EM?



CRR



GR4J



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

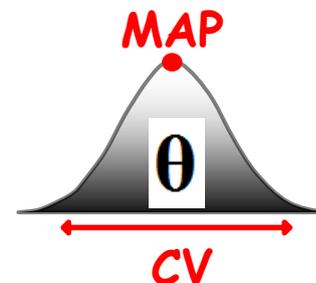
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Modelo de error de referencia: SLS

### 2. Características de los parámetros estimados



		SLS				SLS	
		MAP	CV			MAP	CV
CRR	<b>Imax</b>	10.00	0.06	GR4J	$\theta_1$	991	0.03
	$\sigma_{max}$	207	0.05		$\theta_2$	-0.71	0.09
	<b>POSIBLES</b>	7.60	0.07		$\theta_3$	153	0.03
	<b>SESGOS</b>	97	0.20		$\theta_4$	1.55	0.02
	$\alpha_f$	-0.12	1.77				
	$K_f$	2.46	0.02				
	$K_s$	91	0.05				

POCA INCERTIDUMBRE CUANDO SON IDENTIFICABLES

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Modelo de error de referencia: SLS

### 2. Características de los parámetros estimados

	CRR				GR4J			
	SLS	WLS	GL++	GL++Bias	SLS	WLS	GL++	GL++Bias
Log-L	-1625.5	461.3	759.0	773.3	-1819.9	726.1	742.2	749.9
NSE*	0.90	0.87	0.25	0.76	0.87	0.85	0.82	0.80



➤ Parámetros con peor Verosimilitud

➤ Predicciones con mejor NSE

## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

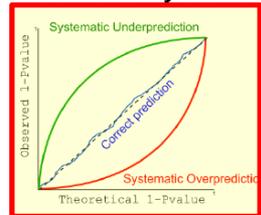
iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

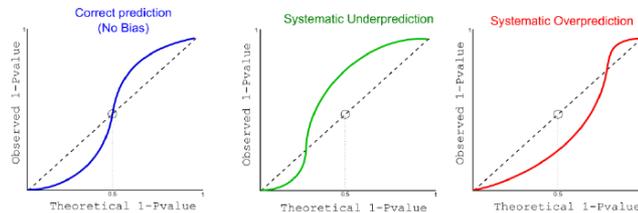
## Modelo de error de referencia: SLS

### 3. Características de la predicción: PP-PLOTS

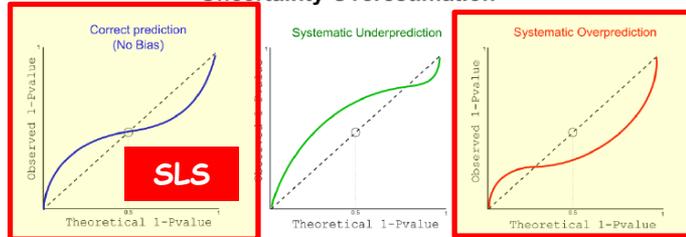
Correct Uncertainty estimation



Uncertainty Underestimation



Uncertainty Overestimation



TEST

¿ Son las observaciones una muestra aleatoria de la distribución predictiva ?

Probabilidad de cada observación según la distribución predictiva

$$z_j = F_{j, \mathcal{M}}(\tilde{y}_j)$$

¿?

$$z_j \stackrel{D}{\sim} \mathcal{U}(0,1) \quad \forall j \in \{1, \dots, n\}$$

## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

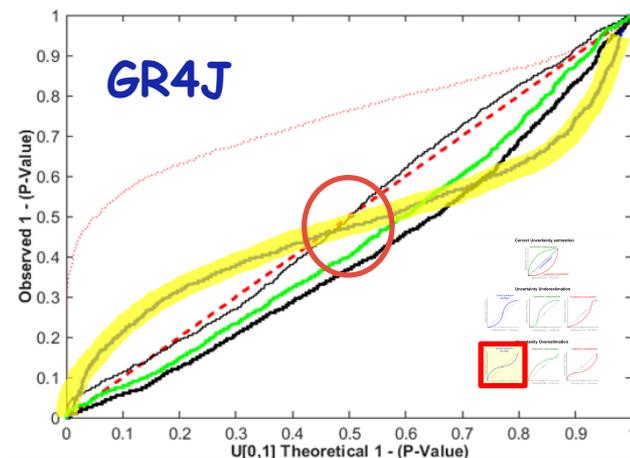
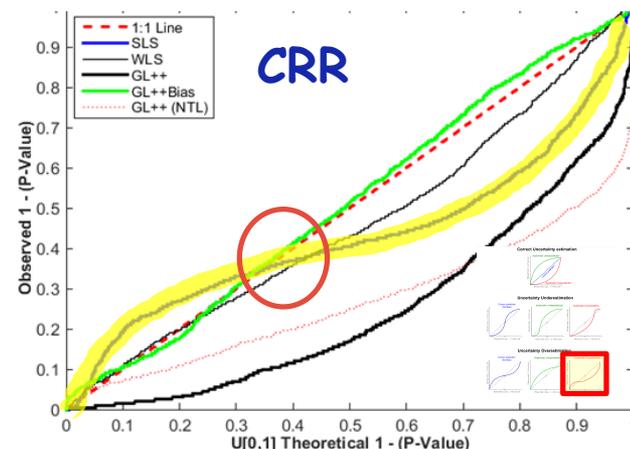
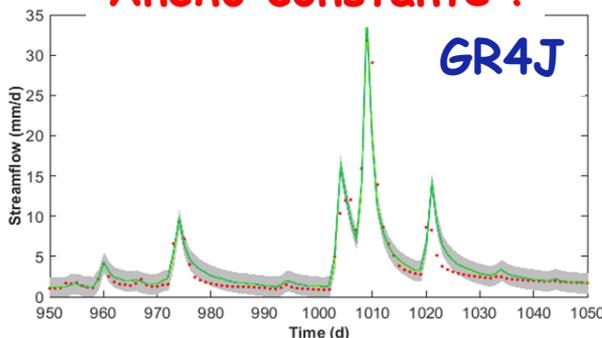
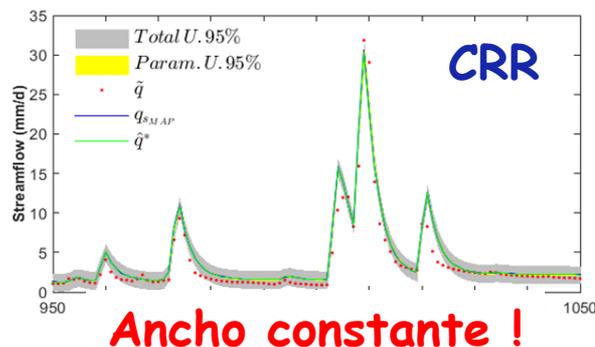
iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Modelo de error de referencia: SLS

### 3. Características de la predicción

1. PREDICCIÓN POCO O NADA SESGADA
2. SOBREENTIMACIÓN INCERTIDUMBRE



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

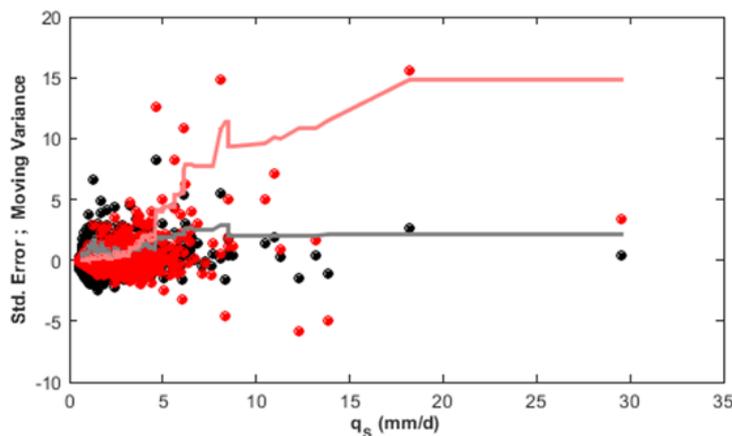
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de la Homocedasticidad: WLS

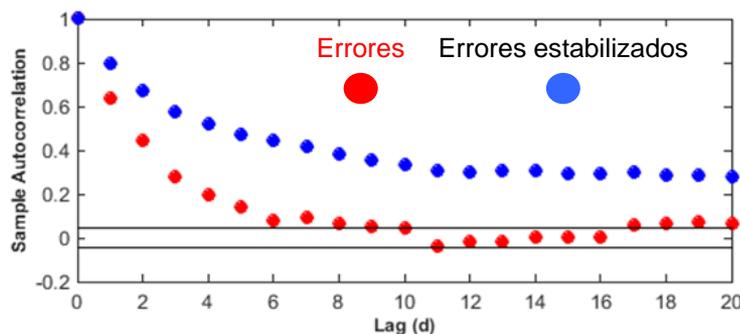
1. ¿Cumplen los errores con las hipótesis del EM? **GR4J**



Errores



Errores estabilizados



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

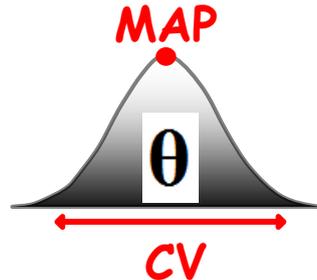
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Relajación de la Homocedasticidad: WLS

### 2. Características de los parámetros estimados **GR4J**



GR4J

	SLS		WLS	
	MAP	CV	MAP	CV
$\theta_1$	991	0.03	1254	0.03
$\theta_2$	-0.71	0.09	-1.37	0.07
$\theta_3$	153	0.03	163	0.04
$\theta_4$	1.55	0.02	1.67	0.03

POCA INCERTIDUMBRE (como SLS)

POSIBLES SESGOS (como SLS)

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Relajación de la Homocedasticidad: WLS

### 2. Características de los parámetros estimados

	CRR				GR4J			
	SLS	WLS	GL++	GL++Bias	SLS	WLS	GL++	GL++Bias
Log-L	-1625.5	-461.3	759.0	773.3	-1819.9	-726.1	742.2	749.9
NSE*	0.90	0.87	0.25	0.76	0.87	0.85	0.82	0.80



➤ Parámetros con peor Verosimilitud

➤ Predicciones con mejor NSE

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de la Homocedasticidad: WLS

## 3. Características de la predicción

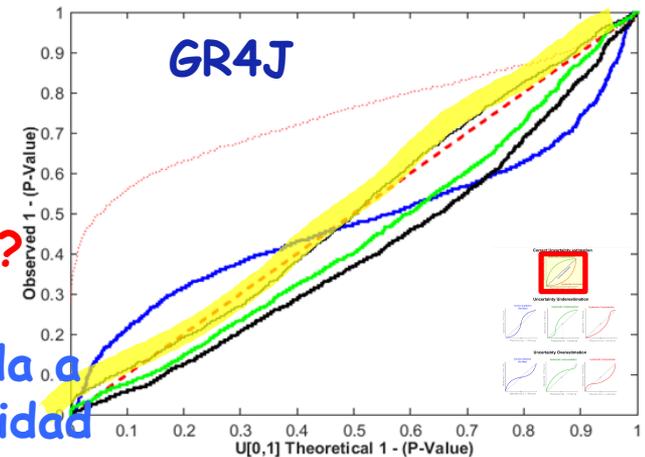
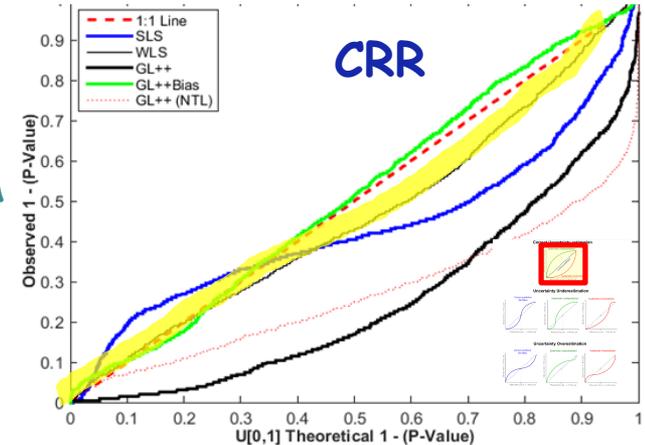
1. PREDICCIÓN POCO O NADA SESGADA
2. ESTIMACIÓN CORRECTA O CON LIGERA INFRAESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE



Un buen índice NSE ...  
¿Hace bueno al SLS?



¿Es correcto el modelo de error?  
La distribución predictiva construida a partir del EM tiene su misma fiabilidad



## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

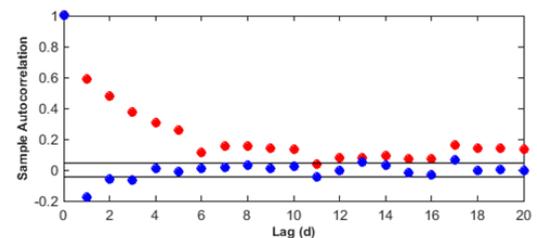
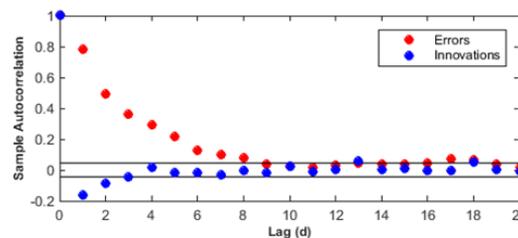
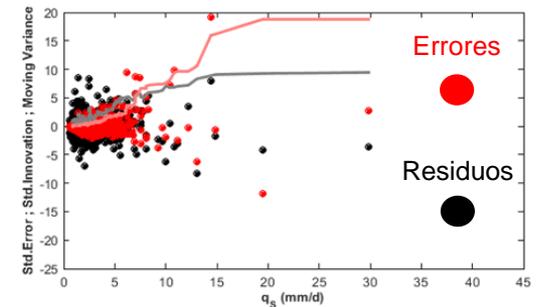
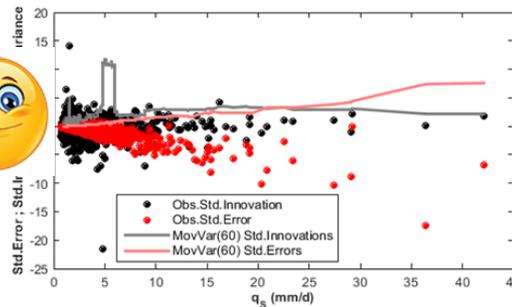
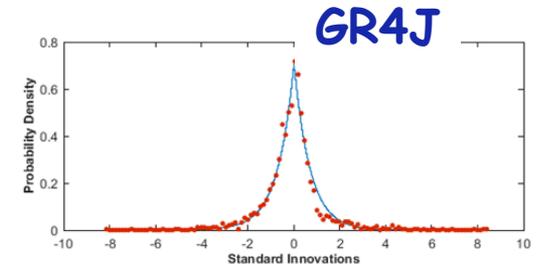
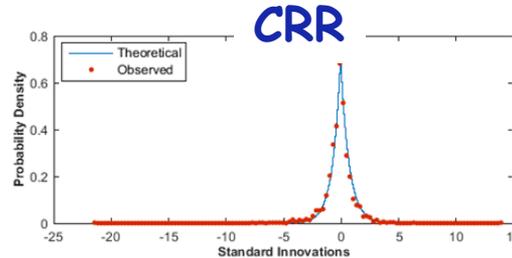
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Relajación de hipótesis Gaussiana i.i.d: GL++

### 1. ¿Cumplen los errores con las hipótesis del EM?



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de hipótesis Gaussiana i.i.d: GL++

## 2. Características de los parámetros estimados GR4J

		WLS					
		SLS		TL		TL	
		MAP	CV	MAP	CV	MAP	CV
GR4J	$\theta_1$	991	0.03	1254	0.03	2210	0.08
	$\theta_2$	-0.71	0.09	-1.37	0.07	-0.55	0.21
	$\theta_3$	153	0.03	163	0.04	81	0.04
	$\theta_4$	1.55	0.02	1.67	0.03	1.67	0.02

EL PARÁMETRO MÁS IMPORTANTE PARA EL BALANCE  
PRESENTA IMPORTANTE AUMENTO DE INCERTIDUMBRE



Los problemas estructurales y/o los errores en los datos  
introducen incertidumbre en los parámetros

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Relajación de hipótesis Gaussiana i.i.d: GL++

### 2. Características de los parámetros estimados

	CRR				GR4J			
	SLS	WLS	GL++	GL++Bias	SLS	WLS	GL++	GL++Bias
Log-L	-1625.5	-461.3	759.0	773.3	-1819.9	-726.1	742.2	749.9
NSE*	0.90	0.87	0.25	0.76	0.87	0.85	0.82	0.80

➤ **IMPORTANTE AUMENTO DE LA VEROSIMILITUD**

➤ **GL++ PUEDE DIFERENCIAR RENDIMIENTO !!**



Los modelos, funcionen mal o bien, lo han de hacer por las razones correctas (Kirchner, 2006)

## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. **GL++**

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Relajación de hipótesis Gaussiana i.i.d: GL++

### 3. Características de la predicción

#### 1. PREDICCIÓN MUY SESGADA

Más con CRR que con GR4J

#### 2. ESTIMACIÓN CORRECTA O LIGERA

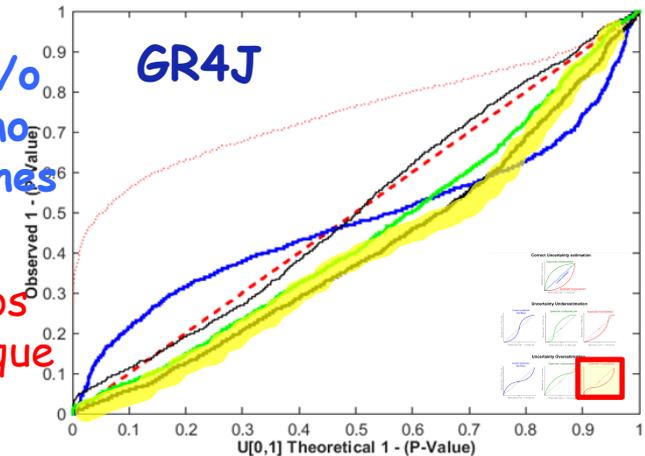
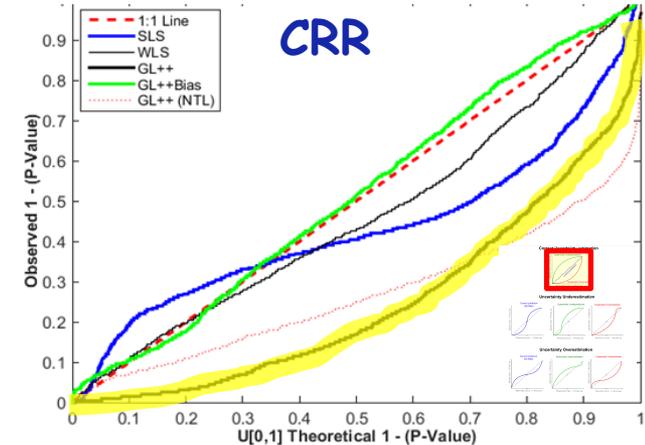
SOBREESTIMACIÓN DE LA

INCERTIDUMBRE



Quando hay problemas con el modelo y/o datos, no es posible conseguir al mismo tiempo un buen ajuste a las observaciones y unos parámetros robustos

Mientras **SLS** sacrifica la robustez de los parámetros, **GL++** sacrifica el buen (aunque engañoso) ajuste a las observaciones



## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

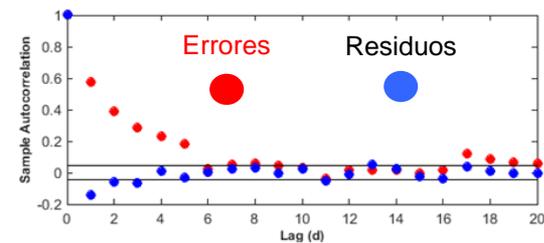
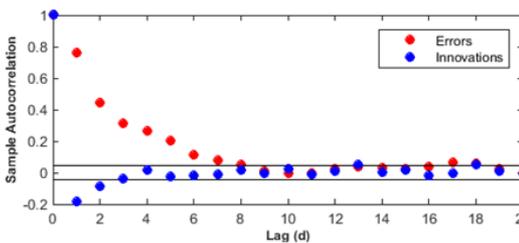
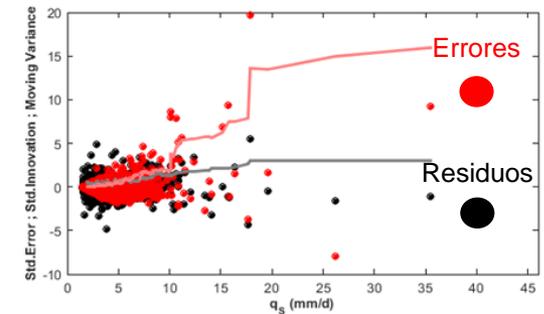
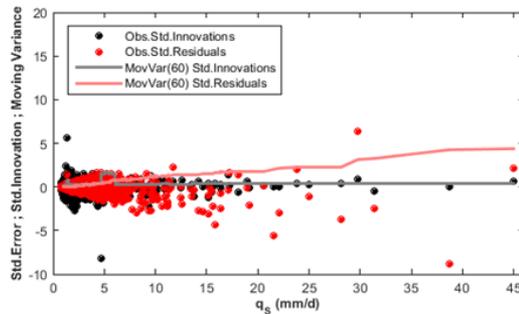
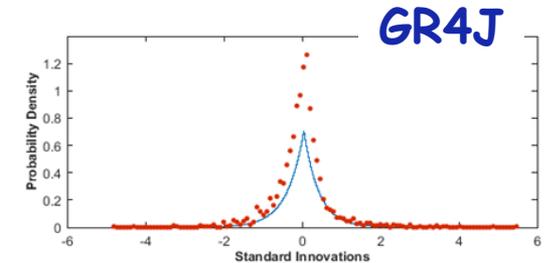
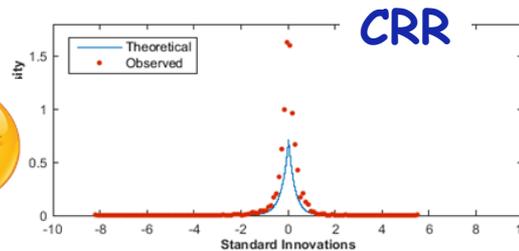
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de las 4 hipótesis SLS: GL++Bias

## 1. ¿Cumplen los errores con las hipótesis del EM?



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

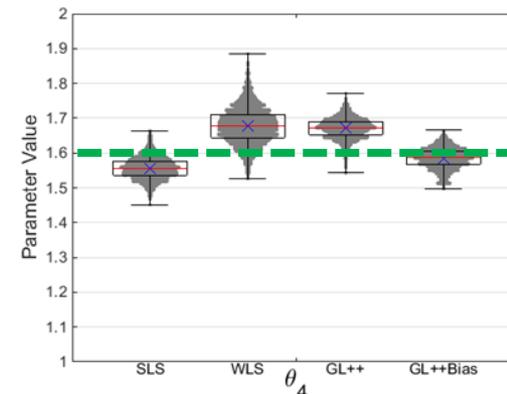
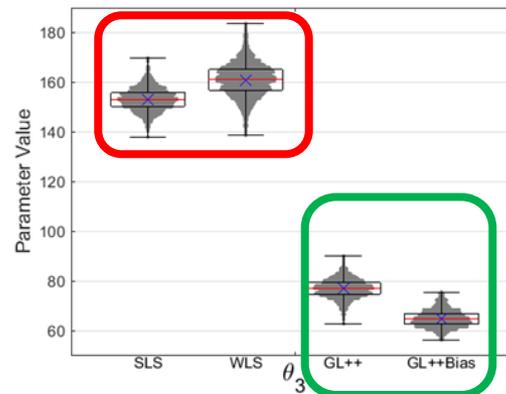
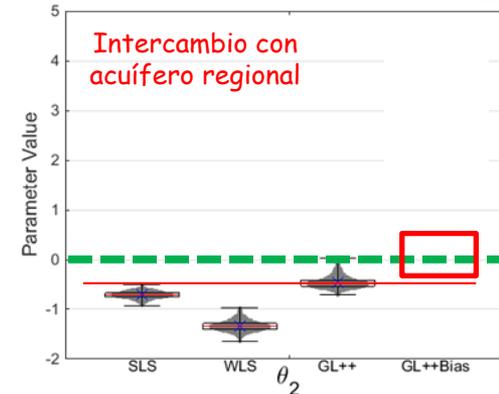
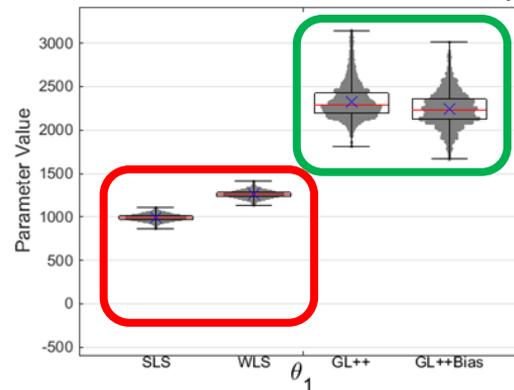
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de las 4 hipótesis SLS: GL++Bias

## 2. Características de los parámetros estimados GR4J



Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

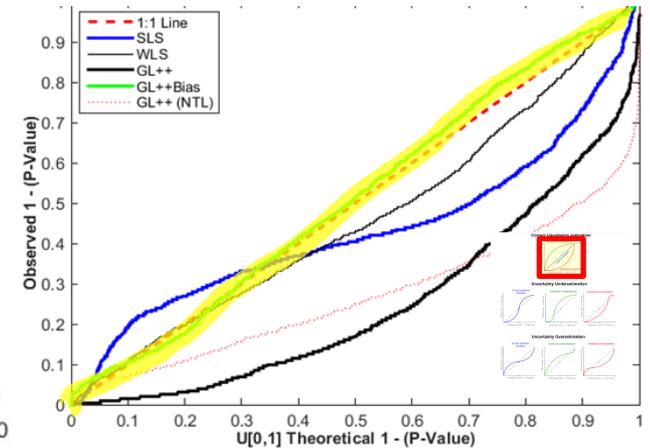
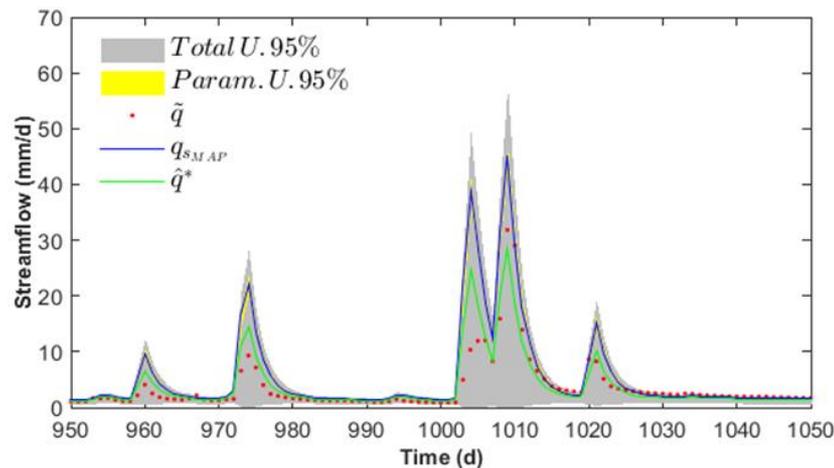
iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

# Relajación de las 4 hipótesis SLS: GL++Bias

## 3. Características de la predicción CRR



1. PREDICCIÓN MEDIA SIN SESGO

2. ESTIMACIÓN CORRECTA DE LA INCERTIDUMBRE

Muy ALTA INCERTIDUMBRE ¿SOBREPARAMETRIZACIÓN?



## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

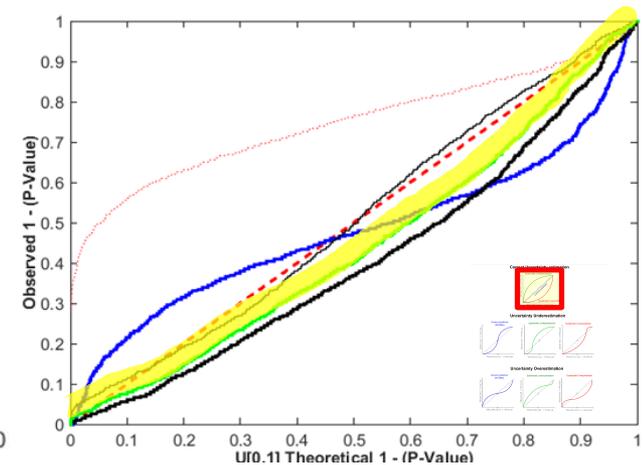
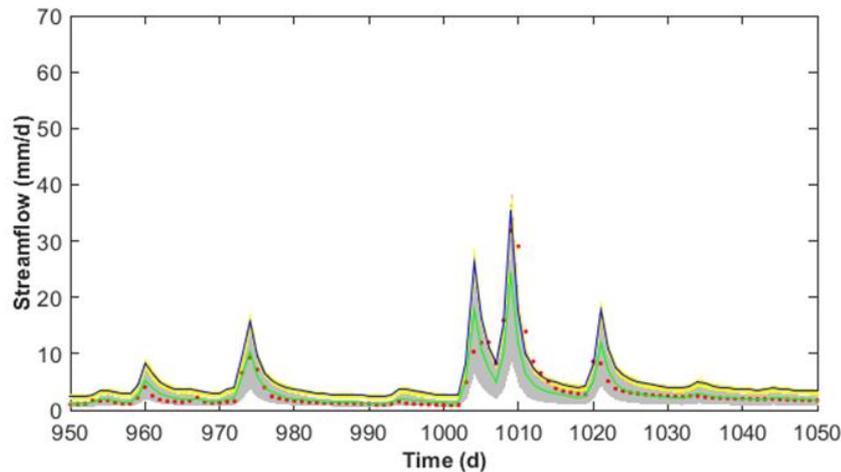
iii. GL++

**iv. GL++Bias**

v. Experimentos NTL

## Relajación de las 4 hipótesis SLS: GL++Bias

### 3. Características de la predicción GR4J



1. PREDICCIÓN MEDIA LIGERAMENTE SESGADA

**GL++BIAS DEFICIENTE**

2. ESTIMACIÓN CORRECTA DE LA INCERTIDUMBRE

**MUCHO MENOR QUE LA DEL MODELO CRR**

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## ¿Mejor de los modelos de error?

### 2. Bondad de estandarización de los errores (GoES)

	CRR				GR4J			
	SLS	WLS	GL++	GL++Bias	SLS	WLS	GL++	GL++Bias
Log-L	-1625.5	-461.3	759.0	773.3	-1819.9	-726.1	742.2	749.9
NSE*	0.90	0.87	0.25	0.76	0.87	0.85	0.82	0.80
RMSE*	0.59	0.66	1.59	0.91	0.66	0.70	0.78	0.83
VE* (%)	5.5	2.7	32.9	0.0	0.8	-3.6	2.8	0.0
Std.dev[ $\eta$ ]	---	0.88	0.76	1.04	---	0.79	0.95	1.5
$E[\eta]$	---	-0.09	-0.73	0.04	---	0.07	-0.26	-0.28
Fiabilidad	0.79	0.91	0.50	0.96	0.81	0.96	0.81	0.88
Resolución	3.68	5.66	4.70	3.94	3.13	4.45	4.30	4.40

DIFERENTE RENDIMIENTO DEL MODELO DE BIAS  
CON CADA MODELO HIDROLÓGICO: MEJOR CON CRR

Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

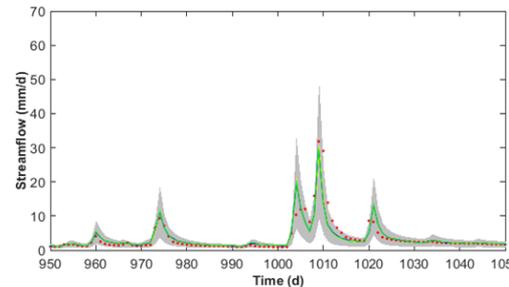
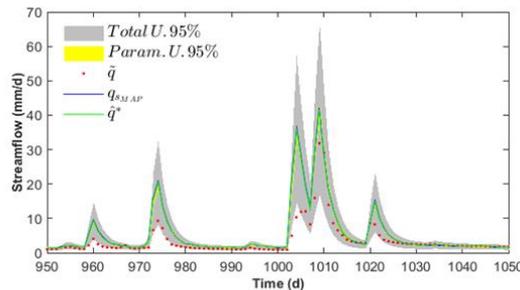
v. Experimentos NTL

# Comprobación hipótesis principal

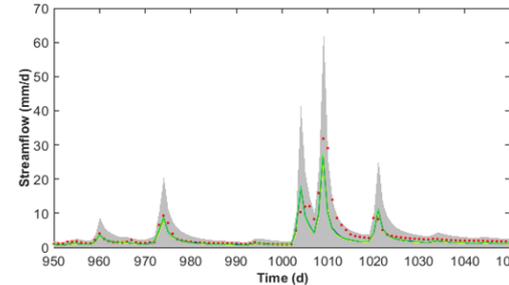
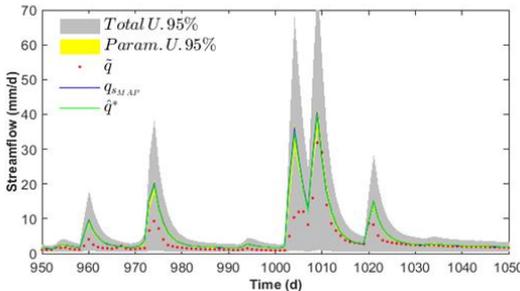
¿Qué ocurre cuando no se aplican las TLs?

Nunca antes se ha podido ver/analizar el resultado de inferir con GL++(Bias) y por tanto nunca se ha visto su potencial

¿Porqué?



TLs



NTL

## Contenidos

1. Metodología y experimentos

2. Resultados

i. SLS

ii. WLS

iii. GL++

iv. GL++Bias

v. Experimentos NTL

## Comprobación hipótesis principal

¿Qué ocurre cuando no se aplican las TLs?

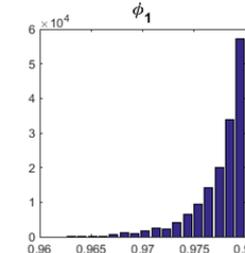
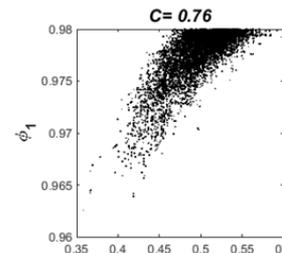
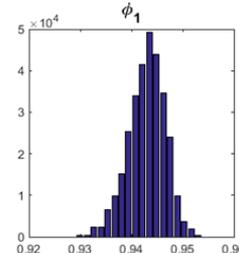
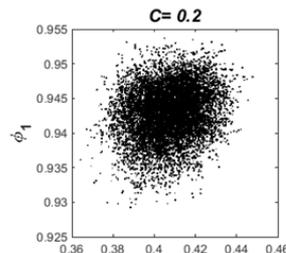
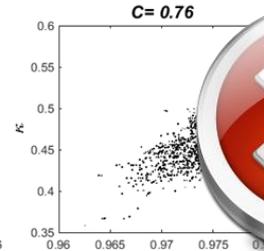
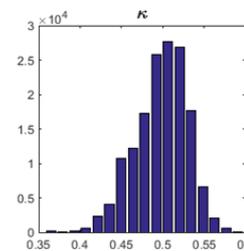
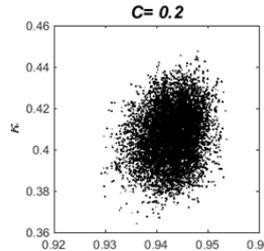
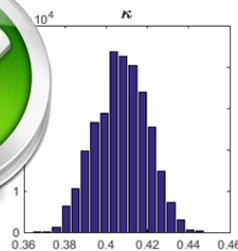
Nunca antes se ha podido ver/analizar el resultado de inferir

con GL++(Bias) y por tanto nunca se ha visto su potencial

TLs

¿Porqué?

NTL



# V. Conclusiones y líneas futuras



**TESIS DOCTORAL:** Inferencia Bayesiana conjunta de modelos hidrológicos y modelos de error generalizados, para la evaluación de las incertidumbres predictiva y de los parámetros

**Autor:** Mario R. Hernández

**Tutor:** Dr. Félix Francés

### Contenidos

#### 1. Conclusiones

#### 2. Líneas futuras

#### 3. Publicaciones

- 1. Sobre la verificación de la hipótesis principal de la Tesis**
  - Se ha demostrado que, modelar la varianza o sesgo condicional de los errores, sin considerar la imposición de las Leyes Totales, produce una **incoherencia estadística** que es el origen de los **problemas espurios**, reportados en la literatura de los últimos años
  - TLs, además de ser un requerimiento teórico, desde un punto de vista pragmático proporciona una eventual **disminución de los grados de libertad** del problema de inferencia conjunta y permite así su resolución
  - La investigación ha hallado un **vínculo de coherencia teórica**, entre la metodología propuesta en la Tesis y la **metodología híbrida** para modelar la varianza de los errores propuesta por Sorooshian y Dracup en 1980

### Contenidos

#### 1. Conclusiones

#### 2. Líneas futuras

#### 3. Publicaciones

## 2. Sobre la utilidad de los nuevos modelos de error

- Los experimentos realizados han permitido obtener **conclusiones, algunas conocidas, otras nunca antes obtenidas...**
  - **SLS y WLS** producen errores que no se ajustan a las hipótesis de la inferencia, por tanto **son malos modelos de error en HM**
  - Con **GL++** la incertidumbre de los parámetros aumenta; errores de especificación, les impiden almacenar más información. El sesgo de los parámetros disminuye (Theta2, **GR4J**) al tiempo que la predicción del modelo empeora (aumenta su sesgo)

**GL++** hace funcionar el modelo hidrológico tal cual es, por las razones correctas. Distingue entre el rendimiento de los modelos CRR y GR4J:  
**¿Puerta al diagnóstico de modelos?**

### Contenidos

1. Conclusiones

2. Líneas futuras

3. Publicaciones

## ¿Cómo continuar la investigación?

### Limitaciones/Dificultades detectadas en la Tesis

- No se puede modelar la varianza de los errores, de forma correcta, si no se modela también el sesgo: SE ESTÁ MODELANDO UNA BIVARIADA !!  
**Se deben hipotetizar ambos modelos de sesgo y varianza antes de inferirlos**
- La aplicación de las **Leyes Totales** es necesaria pero insuficiente, si los modelos hipotetizados no son correctos

**Por tanto, las posibles líneas a seguir son . . .**

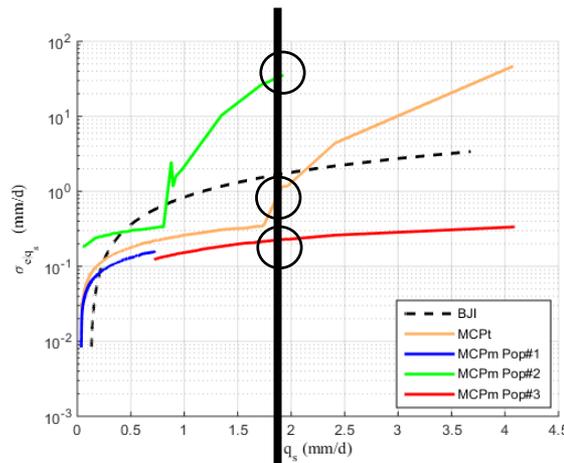
### Contenidos

1. Conclusiones
2. Líneas futuras
3. Publicaciones

## ¿Cómo continuar la investigación?

### Líneas a seguir

- Desarrollo de metodologías que muestren cómo es y qué (co)variables condicionan, la **estructura del error**
- Se propone el empleo de los **métodos directos de modelación de la incertidumbre predictiva** (Coccia y Todini, 2011; Todini, 2013)



e.g. La varianza de los errores depende de **otras covariables** además del caudal simulado

### Contenidos

#### 1. Conclusiones

#### 2. Líneas futuras

#### 3. Publicaciones

## ¿Cómo continuar la investigación?

### Líneas a seguir

- Investigar sobre metodologías para la evaluación del mejor conjunto "modelo hidrológico - modelo de error": **Técnicas BMA**
- Investigar la **metodología desagregada** de modelar los errores combinada con la inferencia conjunta agregada
- Utilizar las **técnicas secuenciales de asimilación de datos** para investigar sobre el origen de los errores

• • •

### Contenidos

1. Conclusiones
2. Líneas futuras
- 3. Publicaciones**

## Publicaciones generadas en la investigación

### Congresos Internacionales: Poster

- Hernandez Lopez, Mario Ramon; Romero-Cuellar, Jonathan; Munera Estrada, Juan Camilo; Coccia, Gabriele; Francés, F. (2017). **Performance of two predictive uncertainty estimation approaches for conceptual Rainfall-Runoff Model: Bayesian Joint Inference and Hydrologic Uncertainty Post-processing.** [European Geosciences Union. General Assembly 2017](#). Vienna, Austria: European Geosciences Union

### Congresos Internacionales: Presentaciones orales

- Hernandez Lopez, Mario Ramon; Francés, F. (2015). **Improving the Bayesian joint inference through the inclusion of hydrological state variables in the residuals dependence model.** 26th General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics ([IUGG 2015](#)). Prague, Czech Republic
- Hernandez Lopez, Mario Ramon; Francés, F. (2015). **On how to avoid input and structural uncertainties corrupt the inference of hydrological parameters using a Bayesian framework.** [European Geosciences Union. General Assembly 2015](#). Vienna, Austria
- Hernandez Lopez, Mario Ramon; Francés, F. (2014). **On The Influence Of Error Model In The Good Performance Of The Hydrological Model For The Right Reasons.** 11th International Conference on Hydroinformatics ([HIC 2014](#)). (1 - 8). New York, USA .

### Congresos Nacionales: Presentaciones orales

- Hernandez López, Mario Ramón; Francés, F. (2013). **Análisis de sensibilidad global multivariado de los parámetros de un modelo hidrológico distribuido, mediante un método bayesiano formal, con muestreo Monte Carlo guiado por una cadena de Markov.** III Jornadas de Ingeniería del Agua ([JIA 2013](#)). La protección contra los riesgos hídricos.1. (1 - 2). Valencia, España: Marcombo Ediciones Técnicas.

### Contenidos

1. Conclusiones
2. Líneas futuras
- 3. Publicaciones**

## Publicaciones generadas en la investigación

### Artículos en revistas científicas

- Hernandez López, Mario Ramón; Francés, F. *Bayesian joint inference of hydrological and generalized error models with the enforcement of Total Laws*. Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss., doi:10.5194/hess-2017-9, 2017

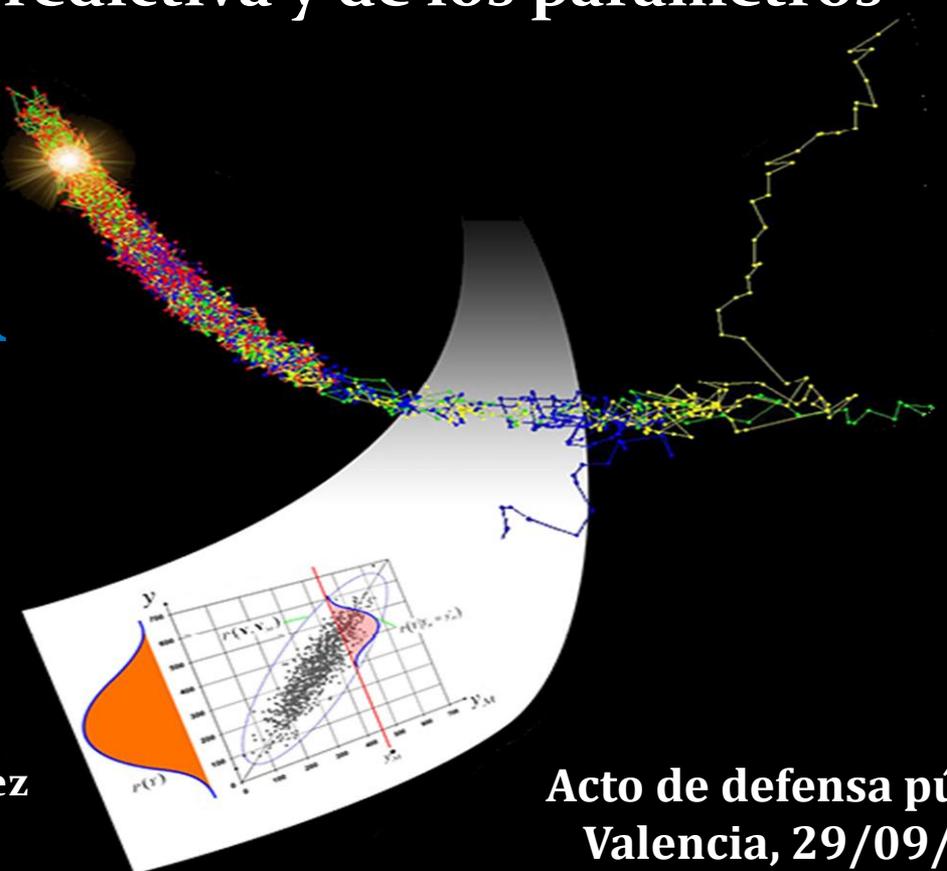
### Artículos en preparación

- *Improving hydrological predictions with the Bayesian joint inference through the inclusion of different covariables in the error dependence model*
- *Getting a right insight on the errors statistical structure from the hydrological uncertainty post-processing*

# Inferencia Bayesiana conjunta de modelos hidrológicos y modelos de error generalizados, para la evaluación de las incertidumbres predictiva y de los parámetros

## GRACIAS POR SU ATENCIÓN

Autor: Mario Ramón Hernández López  
Director: Dr. Félix Francés García



Acto de defensa pública  
Valencia, 29/09/2017